Première Maths Spécifique **Corrigé du DM2** **Décembre 2025**

Exercice I

$u(n) = 76 - 5n$

$u(n) \leqslant 31$ revient à dire que : $76 - 5n \leqslant 31$ $\quad +5n$

$+5n$ $\quad 76 \leqslant 5n + 31$

-31 $\quad 76 - 31 \leqslant 5n$ $\quad -31$

$45 \leqslant 5n$

$\div 5$ $\quad \frac{45}{5} \leqslant n$ $\quad \div 5$

$9 \leqslant n$ c'est à dire $n \geqslant 9$: le plus petit entier cherché est 9.

Exercice II

1) v est arithmétique, $v(0) = 5$ et $v(1) = 9$.

Or $v(1) = v(0) + r$ donc $9 = 5 + r$, donc $\boxed{r = 4}$

2) $r = 4$ et $4 > 0$, donc v est une suite strictement croissante.

3) $v(n) = v(0) + n \times r$, donc $\boxed{v(n) = 5 + 4n = 4n + 5}$

Exercice III

1) $\boxed{u(0) = 2200}$ (= nombre d'habitants en $2022 + 0 = 2022$).

$\boxed{u(1)} = u(0) + 50 = 2200 + 50 = \boxed{2250}$

2) chaque année, la ville gagne 50 habitants, donc au vu de la définition de la suite V, on a : pour tout entier naturel n, $\boxed{u(n+1) = u(n) + 50}$

3) La précédente relation montre que u est une suite arithmétique de raison $r = 50$.

4) Par tout entier naturel n, $u(n) = u(0) + n \times r = 2200 + 50n$.

$\boxed{u(n) = 50n + 2200}$

5) $2030 = 2022 + 8$, donc on cherche $u(8)$.

D'après la q.4, $\boxed{u(8)} = 50 \times 8 + 2200 = 400 + 2200 = \boxed{2600}$: Il y aura 2600 habitants en l'an 2030.

Exercice IV

1) $w(0) = 3$; $w(1) = 1$, donc $\boxed{r} = w(1) - w(0) = 1 - 3 = \boxed{-2}$

2) w est une suite arithmétique, $w(0) = 3$ et $r = -2$.

Donc pour tout entier naturel n, $w(n) = w(0) + n \times r$

$w(n) = 3 + n \times (-2)$

$\boxed{w(n) = -2n + 3}$

3) $\boxed{w(10)} = -2 \times 10 + 3 = -20 + 3 = \boxed{-17}$

4) $\boxed{w(34)} = -2 \times 34 + 3 = -68 + 3 = \boxed{-65}$.

Le douzième terme de cette suite c'est $\boxed{w(11)} = -2 \times 11 + 3 = -22 + 3 = \boxed{-19}$.

On compte à partir de $n = 0$!

Exercice V

1) $\boxed{P(0)} = \frac{42}{100} = \boxed{0{,}42}$

$\boxed{P(1)} = P(0) - \frac{0{,}3}{100} = 0{,}42 - 0{,}003 = \boxed{0{,}417}$

2) $P(n+1) = P(n) - \frac{0{,}3}{100} = P(n) - 0{,}003$

Cette relation montre que la suite P est arithmétique de raison $r = -0{,}003$.

Son premier terme est $P(0) = 0{,}42$.

3) D'après la q.2, on a : pour tout entier naturel n, $P(n) = P(0) + n \times r$.

$\boxed{P(n) = 0{,}42 - 0{,}003n}$

4) $2022 = 2000 + 22$, donc $n = 22$.

$P(22) = 0{,}42 - 0{,}003 \times 22 = 0{,}42 - 0{,}066 = 0{,}354$

Il y aura 35,4 % de fumeurs en 2022.

5) $\frac{1}{4} = 0,25$. On veut que $\underline{p(n) < 0,25}$, c'est-à-dire : $0,42 - 0,003n < 0,25$
$0,42 - 0,25 < 0,003n$

$0,17 < 0,003n$, donc $0,003n > 0,17$ donc n >$\frac{0,17}{0,003}$. Avec la machine, $\frac{0,17}{0,003} \approx 56,7$, donc comme n est un entier, on déduit que n $\geqslant$ 57, et donc <u>le plus petit entier n cherché est 57</u>.

<u>A partir de l'an 2057</u>(=2000+57), <u>moins du quart de la population fumera</u>.