

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Calculatrices interdites !**Exercice I** (environ 10 points)

1) Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de chacun des nombres complexes suivants :

$$z = 1 - 4i \quad ; \quad z' = 8i.$$

2) Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants, en détaillant vos calculs.

$$Z_1 = 13 - 4i - (-7 - 5i) + 3i.$$

$$Z_2 = (2 - i)(1 - 5i) - 2(3 - 4i).$$

$$Z_3 = (\sqrt{2} - 2\sqrt{3}i)(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}i).$$

$$Z_4 = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4.$$

$$Z_5 = \left(1 - \frac{2}{3}i\right)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2.$$

Exercice II (les quatre questions sont indépendantes) (environ 8 points)

1) Déterminer l'écriture algébrique de $Z = \frac{-2+3i}{1-5i}$.

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $2iz + 1 - i = z + (3 + 2i)^2$

3) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 + 2z + 9 = 5$.

4) En posant $z = a + bi$, avec a et b réels, déterminer tous les nombres complexes z tels que : $z^2 = i$.

Exercice III (environ 2 points)

u et v sont deux nombres complexes tels que : $u\bar{u} = 1, v\bar{v} = 1$ et $uv \neq -1$.

Montrer que $Z = \frac{u+v}{1+uv}$ est un nombre réel.

Indication : Hey bro, aimes-tu conjuguer ?