

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Calculatrices interdites !

Exercice I (Questions de cours, environ 6,5 points)

- 1) Rappeler ce que signifie qu'un entier d non nul est un diviseur d'un entier a . **(1 point)**
- 2)
- a) Définir ce qu'est une combinaison linéaire de deux entiers a et b . Citer les deux combinaisons linéaires les plus "célèbres". **(1,5 points)**
- b) Montrer que si un entier d non nul divise des entiers a et b , alors d divise toute combinaison linéaire des entiers a et b . **(2,5 points)**
- c) Expliquer rapidement pourquoi 7 est un diviseur de 105 et de 49, puis en déduire que :
 $7 \mid (105 \times 2024^2 + 171 \times 49)$. **(1 point)**
- d) Expliquer pourquoi, si un entier naturel d non nul divise deux entiers consécutifs quelconques, alors $d=1$. **(0,5 point)**

Exercice II (environ 2 points)

- 1) Considérons l'affirmation : « *Si un entier est un multiple de 6, alors cet entier est pair* ».
- a) Démontrer que cette affirmation est vraie. **(1 point)**
- b) Ecrire la réciproque de cette affirmation, puis déterminer, en justifiant, si cette dernière est vraie ou fausse. **(1 point)**

Exercice III (environ 1,5 point)

Soit n un entier naturel.

Démontrer que : si n^5 est impair, alors n est impair.

Indication : Penser à utiliser ici la contraposée que vous énoncerez au préalable. **(1,5 point)**