Soit A et B et C les matrices suivantes :

$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & -5\\ 3 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 2\end{pmatrix}$.

1.Calculer à la machine les produits suivants : AB ; AC.

Réponse : $AB=\begin{pmatrix}6 & -17\\ 6 & 0\\ 8 & -5\end{pmatrix}$ 1 $AC=\begin{pmatrix}-1\\ 3\\ 3\end{pmatrix}$ 1

2.Calculer $D=(A-2I_3)^2$.

Réponse :

$D=\begin{pmatrix}4 & -10 & 6\\ -1 & 7 & -3\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$. 1,5

3.Donner l'inverse de A (on admet que A est inversible).

Réponse : $A^{-1}=\begin{pmatrix}0,5 & 3 & -2,5\\ 0 & -1 & 1\\ -0,5 & -1 & 1,5\end{pmatrix}$ 1,5 ou encore : $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 6 & -5\\ 0 & -2 & 2\\ -1 & -2 & 3\end{pmatrix}$.

4.Considérons le système suivant : $\begin{cases}2x-y+3z=1\\ -x+y+4z=-1\\ 3x+2y-z=2\end{cases}$.

On pose $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$.

a. Donner le vecteur colonne associé au second membre de ce système. On l'appellera B.

Réponse : $B=\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$ 1

b. Donner la matrice A associée à ce système, et écrire matriciellement ce dernier.

Réponse : $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ -1 & 1 & 4\\ 3 & 2 & -1\end{pmatrix}$ 2 et $AX=B$ 0,5

c. A l'aide de la calculatrice, résoudre ce système.

Réponse : $X=A^{-1}B$ 0,5, donc $\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{7}{11}\\ 0\\ -\frac{1}{11}\end{pmatrix}$ 1 $\mathcal{S}=\left\{\left(\frac{7}{11};0;-\frac{1}{11}\right)\right\}$.

Le barème de vos copie est légèrement différent de celui indiqué ici !!