Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. -0,5 si copie mal présentée.

Exercice I **(3 *points*)**

Pour chacune des trois affirmations ci-dessous, déterminer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-2\}$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f	5	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3	↘	1

a. ***Affirmation* 1 :** La courbe représentant f admet en tout trois asymptotes.

b. ***Affirmation* 2 :** $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2}{f(x)-5} = +\infty.$

c. ***Affirmation* 3 :** La courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet une asymptote parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice II **(5 *points*)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{3e^x}{e^x+2}$.

1) Calculer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) Démontrer que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe représentant f en $-\infty$.

3) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation complet.

4) Etudier la position relative de la courbe de f par rapport à chacune de ses asymptotes.

Exercice III **(4 *points*)**

1) f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-2\sin(x)+3)e^{-4x}$.

Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$.

2) g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x+2)e^{-x}$.

a) Déterminer, en justifiant, la limite de g en $-\infty$.

b) Déterminer, en justifiant, la limite de g en $+\infty$.

Exercice IV **(5,5 *points*)**

Calculer les limites suivantes, en justifiant :

$$\lim_{\substack{x\to 1 \\ x<1}} \frac{e^x}{x-1} \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty}(x^3+2x^2+1) \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} xe^{31x} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{e^x}{x^2}}$$

Exercice V **(2,5 *points*)**

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = cos(2024x^2)+2x - 2025$.

a) Expliquer pourquoi : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geqslant 2x - 2026$, puis, déterminer en justifiant, la limite de f en $+\infty$.

b) Déterminer en justifiant la limite de f en $-\infty$.