

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. -0,5 si copie mal présentée.

Exercice d'échauffement (1 point)

a) Traduire en symboles mathématiques : une suite (u_n) converge vers 4.

b) Dire ce que signifie en français, concernant la suite (v_n) , le fait que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

Exercice I (8 points)

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + n + \frac{1}{\sqrt{n}})$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n}(-3n^2 + 1)$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^3 - n^2 + 1)$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1,25 - 0,25 \times 0,99^n)$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{2^n}$

Exercice II (6 points)

1) (u_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n : $u_n \leq -n^2 + 1$.

Déterminer, en justifiant votre réponse, la limite de la suite (u_n) .

2) (v_n) est une suite définie pour tout entier naturel n : $v_n = \frac{4 \times (-1)^n + 5n^2}{2n^2 + 1}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n , $\frac{5n^2 - 4}{2n^2 + 1} \leq v_n \leq \frac{5n^2 + 4}{2n^2 + 1}$

b) En déduire, en justifiant, la limite de la suite (v_n) .

Exercice III (5 points)

(u_n) est la suite définie par : $u_0 = 0,85$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,2u_n + 0,4$.

(V_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par : $V_n = u_n - 0,5$.

a) Calculer le premier terme de la suite (V_n) .

b) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison égale à 0,2.

c) En déduire l'expression de V_n en fonction de n , puis l'expression explicite de u_n ainsi que la limite de la suite (u_n) .