Terminale Maths Groupe 2 ***Contrôle numéro 4 (60 minutes)*** ***13 Octobre 2025***

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. ±0,5 point est réservé en bonus /malus pour la présentation de la copie.

Exercice I **(8 *points*)**

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1 \end{cases}$.

1*a*) Calculer u_1 et u_2.

1*b*) En utilisant votre calculatrice, compléter le tableau suivant sans justifier :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n								

1*c*) Quelle conjecture fait-on sur l'expression explicite de u_n en fonction de n ?

2) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer que la conjecture précédente est vraie pour tout entier naturel n.

Exercice II **(6 *points*)**

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

a) Calculer la valeur exacte de u_1.

b) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer que pour tout entier naturel n, $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

c) Donner le maximum d'informations concernant la suite (u_n), grâce aux résultats établis à la question 2).

Exercice III **(7 *points*)**

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 0$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n \geq n$.

3) En déduire le sens de variation de cette suite, en bien détaillant votre démarche.