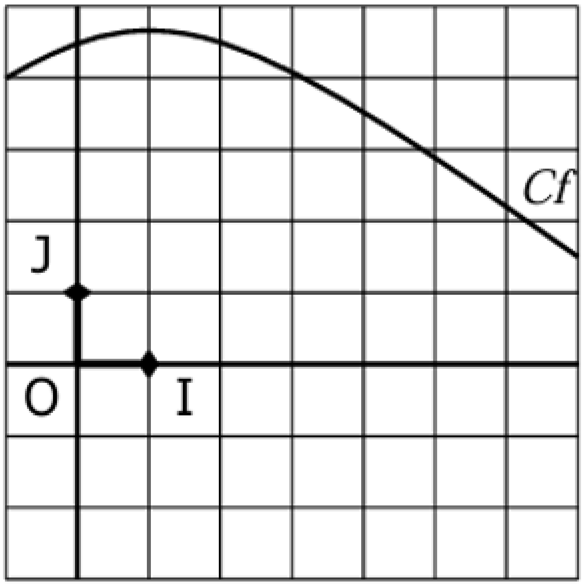
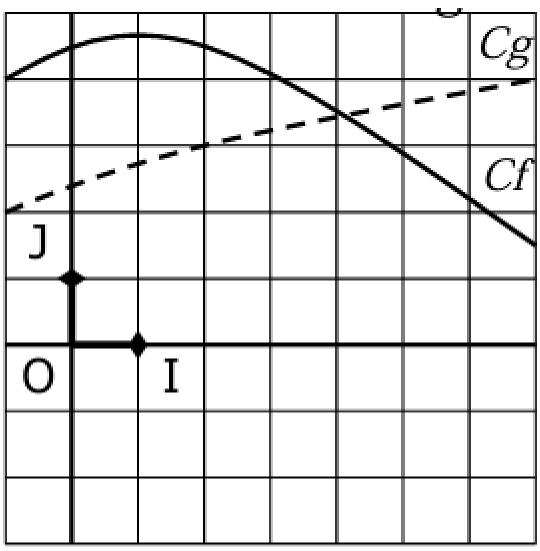
Exercice I **(1 *point*)**

a. On a représenté la courbe de la fonction *f*. Dans chaque cas, hachurer la zone indiquée.



$$A = \int_3^6 f(x)\,dx$$

b. On a représenté les courbes des fonctions *f* et g. Dans chaque cas, hachurer la zone indiquée.



$$A = \int_0^4 f(x) - g(x)\,dx$$

Exercice II **(4 *points*)**

1.

A l'aide d'une intégration par parties, calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (t+2)\cos t \, dt$$

2.

Calculer $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln(x)-1}{x^2}\,dx$

Exercice III **(5 *points*)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x(\ln x)^2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. On note f' sa fonction dérivée.

Soit a un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0\,;\,1]$.

a. Donner une interprétation géométrique de $\displaystyle\int_a^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. À l'aide d'une intégration par parties, justifier que :

$$\int_a^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{a^2}{2}(\ln a)^2 - \int_a^1 x\ln x\,\mathrm{d}x.$$

c. En utilisant à nouveau une intégration par parties, démontrer que :

$$\int_a^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{a^2}{2}(\ln a)^2 + \frac{a^2}{2}\ln a + \frac{1}{4} - \frac{a^2}{4}.$$

d. Déterminer la limite de $\displaystyle\int_a^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ quand a tend vers 0.