

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats : -0,5 sinon.

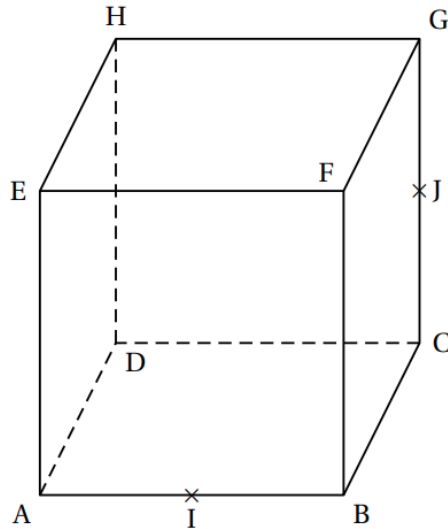
Règle de bon sens : si je bloque à une question, j'y passe au maximum 5 minutes dessus, puis j'admets le résultat demandé et poursuis l'exercice !

Je ne réponds à aucune question durant le devoir.

Exercice 0 (1,5 points)

Le cube ABCDEFGH a pour arête 1 cm.

Le point I est le milieu du segment [AB] et le point J est le milieu du segment [CG].



On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Donner les coordonnées des points I, J et H. On justifiera seulement pour le point J.

Exercice II (5,5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Soit (d) la droite passant par le point $A(0; 1; 4)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Soit (d') la droite dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - 9t' \end{cases} \text{ où } t' \in \mathbb{R}.$$

1a) Donner une représentation paramétrique de la droite (d) .

1b) Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifier.

1c) Déterminer avec soin la position relative des droites (d) et (d') .

2) Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 9 - 4\lambda \\ y = 2 + 4\lambda \\ z = 13 - 4\lambda \end{cases} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Démontrer que les droites (d) et (Δ) sont strictement parallèles.

Exercice III (1,5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

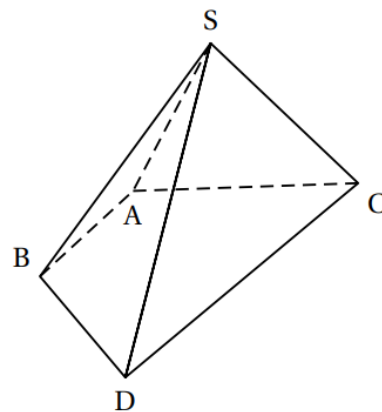
Soit N le point de coordonnées : N(2 ; 1 ; -1)

N appartient-il à la droite Δ ? Justifier. Donner les coordonnées de deux autres points appartenant à la droite Δ .

Exercice III (3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'unité 1 cm, on considère les points : A(3 ; -1 ; 1); B(4 ; -1 ; 0); C(0 ; 3 ; 2); D(4 ; 3 ; -2) et S(2 ; 1 ; 4).

Dans cet exercice on souhaite montrer que SABDC est une pyramide à base ABDC trapézoïdale de sommet S, afin de calculer son volume.



1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2.
 - a. Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.
 - b. Montrer que le quadrilatère ABDC est un trapèze de bases [AB] et [CD].
On rappelle qu'un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles appelés bases.

Exercice IV(2 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :

$$A(2 ; 1 ; -1), \quad B(-1 ; 2 ; 1) \text{ et } C(5 ; 0 ; -3).$$

On note $\mathcal{D}$ la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -t + 3 \\ y = t + 2 \\ z = 2t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant :

Affirmation : Les droites $\mathcal{D}$ et (AB) sont sécantes au point C.

Exercice V (3 points)

On considère les points $A(1 ; 0 ; -3)$ et $B(-2 ; -1 ; 0)$.

- 1) Démontrer que la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = 3t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$, est une représentation paramétrique de la droite (AB).

2)

On considère la droite (d') de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -2 + 3k \\ y = -1 - 2k \\ z = 1 + k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

Déterminer avec soin la position relative des droites (AB) et (d') .

Exercice VI (1,5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points suivants :

$$A(2; 0; 0), \quad B(0; 4; 3), \quad C(4; 4; 1), \quad D(0; 0; 4)$$

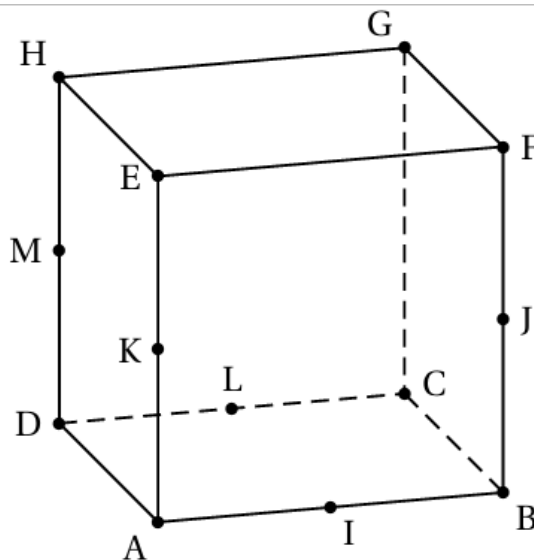
On admet que les points A, C et D ne sont pas alignés.

Montrer que ABCD est un tétraèdre.

Exercice VII (2 points)

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse en justifiant votre réponse :

ABCDEFGH est un cube d'arête de longueur 1.
Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [AB], [BF], [AE], [CD] et [DH].



Affirmation 1 : « $\overrightarrow{JH} = 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{CB}$ »

Affirmation 2 : « Le triplet de vecteurs $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AG})$ est une base de l'espace. »