

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Calculatrices interdites !**Exercice I** (Questions de cours, environ 5 points)

- 1) Rappeler ce que signifie qu'un entier d non nul est un diviseur d'un entier a .
- 2) Quel est le quotient et le reste dans la division euclidienne de 41 par 7 ?
- 3)
- a) Définir ce qu'est une combinaison linéaire de deux entiers a et b .
- b) Soient a , b et c des entiers, avec a et b non nuls. Montrer que si a divise b et si b divise c , alors a divise c .

Exercice II (4 points)

En raisonnant par disjonction de cas, démontrer que pour tout entier n , $\frac{n(n^2+1)}{2}$ est un entier.

Exercice III (environ 4 points)

n est un entier.

- 1) Démontrer que si 5 est un diviseur de $n - 4$, alors $n^2 - 1$ est un multiple de 5.
- 2) Enoncer la réciproque de l'affirmation de la question 1), et dire si cette dernière est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Exercice IV (environ 3 points)

Soit n un entier naturel.

Démontrer que : si n^5 est impair, alors n est impair.

Indication : Penser à utiliser ici la contraposée que vous énoncerez au préalable.

Exercice V (environ 4 points)

On appelle triplet Pythagoricien tout élément de la forme (a, b, c) où a , b et c sont des entiers tels que : $a^2 + b^2 = c^2$.

- a) Donner un exemple de triplet Pythagoricien.
- b) En déduire qu'il existe une infinité de triplets Pythagoriciens.
- c) Démontrer qu'il n'existe aucun triplet Pythagoricien formé par trois nombres impairs.