Nota bene : ce travail est à rendre pour le 5-9 Février.

Il fait une synthèse sur le chapitre espace partie I, et permet de revoir quelques autres points vu antérieurement et permet donc une révision.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES, au choix, en individuel ou par groupes d'élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.
Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice 0

Michaël est un basketteur professionnel. A chaque lancer, il atteint le panier avec une probabilité égale à 0,9.

Michaël fait une série de 30 lancers pour s'échauffer avant un match.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de paniers réussis lors des 30 lancers.

a) Quelle est la loi de probabilités suivie par X ? Préciser ses paramètres en justifiant.

b) Quelle est la probabilité (arrondie au millième près) que Michaël réussisse 25 lancers.

c) Quelle est la probabilité que Michaël rate au moins un panier ? Arrondir à 10^{-4} *près*.

d) Quelle est la probabilité que Michaël inscrive entre 27 et 30 paniers ? Arrondir à 10^{-3} *près*.

e) A combien de paniers réussis Michaël peut-il s'attendre au cours des 30 lancers ?

Exercice I

On se donne un repère de l'espace et on considère les points :

A(1 ; 2 ; 3), B(-1 ; 4 ; 5) et C(0 ; 0 ; 11).

1*a*) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

1*b*) En déduire une représentation paramétrique de la droite passant par C et parallèle à (AB).

2) Montrer que A, B et C définissent un unique plan.

3) Soit D(3 ; 0 ; 1). Etudier la position relative des droites (AB) et (CD) avec soin.

Qu'en déduisez-vous concernant les points A, B, C et D ?

4) Déterminer les coordonnées du point E tel que le quadrilatère ACBE soit un parallélogramme.

Trouver les coordonnées du centre K du parallélogramme ACBE.

5) Soit F(-4 ; 4 ; 15).

Montrer qu'il existe des réels a et b que l'on déterminera, tels que : $\overrightarrow{AF} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$

Qu'en déduit-on ?

6) Soit $\mathfrak{D}$ la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = 3-\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases}$. Caractériser cette droite.

7) Déterminer, en justifiant, si chacun des points W(0,4 ; 2,5 ; 1) et L(-9 ; 14 ; -21) appartient ou pas à la droite $\mathfrak{D}$.

Exercice II

Traiter les exercices suivants de votre livre numérique :

53 page 97 ; 100 page 104 ; 49 page 155 ; 53 page 156.

Exercice III

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Déterminer laquelle. Aucune justification n'est ici attendue.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points :

A(2 ; -2 ; 3), B(0 ; 2 ; 5), C(-1 ; 0 ; 4) et D(-2 ; 6 ; 1).

Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3+3t \\ z = 4+t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

1. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A : $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -2+4t \\ z = 3-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **Réponse B :** $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = 2+4t \\ z = 5+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse C : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = 4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **Réponse D :** $\begin{cases} x = -t \\ y = 2+2t \\ z = 4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

2.

Réponse A : Les points A, B et C sont alignés.

Réponse B : ABCD est un parallélogramme.

Réponse C : Les points A, B, C et D sont coplanaires.

Réponse D : Les points A, B et D définissent un unique plan.

3. Soit d la droite passant par le point K milieu de [AB] et dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

Les droites Δ et d sont :

Réponse A : Non coplanaires **Réponse B :** Parallèles

Réponse C : Confondues **Réponse D :** Sécantes

4. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse A : E(-3 ; 9 ; 5) **Réponse B :** F(7 ; -6 ; 1)

Réponse C : G(1 ; 0 ; 3) **Réponse D :** H(1 ; 2 ; 4)

Exercice IV

Dans un cube d'arête une unité, dénombrer :

-Le nombre de sommets.

- Le nombre de faces.

-Le nombres d'arêtes.

-Le nombre de diagonales c'est-à-dire de segment reliant deux sommets du cube non contenus dans une même face.

- Le nombre de triangles équilatéraux que l'on peut former avec trois sommets du cube.

- Le nombre de repères orthonormés dont l'origine est un des sommets du cube.

Exercice V

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

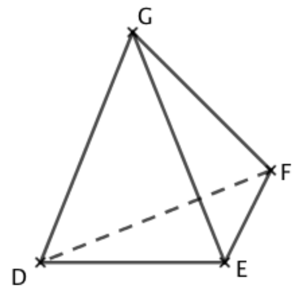
Dans une repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k})$ de l'espace on considère les points A(2 ; 1 ; –4) ; B(6 ; –5 ; 4) et les droites d_1 et d_2 de représentations paramétriques d_1 : $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = -3-4t \\ z = 5+t \end{cases}$ où t ∈ ℝ et d_2 : $\begin{cases} x = 7+t' \\ y = 2+3t' \\ z = -6+t' \end{cases}$ où t' ∈ ℝ

AFFIRMATION 1 : Le point A appartient à la droite d_1.
AFFIRMATION 2 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est $\begin{cases} x = 10-10t \\ y = -11+15t \\ z = 12-20t \end{cases}$ où t ∈ ℝ.

AFFIRMATION 3 : Les droites d_1 et d_2 sont sécantes.

Soit DEFG un tétraèdre. On considère les points M et N définis par :

$$\overrightarrow{GM} = 2\overrightarrow{GD} + 4\overrightarrow{GE} + 2\overrightarrow{GF} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DE} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DF}$$



AFFIRMATION 4 : Les points G, M et N sont alignés.

Exercice VI

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par

$$f(x) = 2x\,\mathrm{e}^{-x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 1]$.

1. **a.** Résoudre sur l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

b. Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 1]$,

$$f'(x) = 2(1-x)\,\mathrm{e}^{-x}.$$

c. Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0{,}1$ et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = f(u_n).$$

2. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel,

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1.$$

b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

c. Déterminer la limite de cette suite en justifiant.

Exercice VII

Au cours d'une séance, un joueur de volley-ball s'entraîne à faire des services. La probabilité qu'il réussisse le premier service est égale à 0,85.
On suppose de plus que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- si le joueur réussit un service, alors la probabilité qu'il réussisse le suivant est égale à 0,6;
- si le joueur ne réussit pas un service, alors la probabilité qu'il ne réussisse pas le suivant est égale à 0,6.

Pour tout entier naturel n non nul, on note R_n l'évènement « le joueur réussit le n-ième service » et $\overline{R_n}$ l'évènement contraire.

Partie A

On s'intéresse aux deux premiers services de l'entraînement.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement R_2 est égale à 0,57.
3. Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, calculer la probabilité qu'il ait raté le premier.
4. Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de services réussis au cours des deux premiers services.
   a. Déterminer la loi de probabilité de Z (on pourra utiliser l'arbre pondéré de la question 1).
   b. Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(Z)$ de la variable aléatoire Z.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On s'intéresse maintenant au cas général.
Pour tout entier naturel n non nul, on note x_n la probabilité de l'évènement R_n.

1. a. Donner les probabilités conditionnelles $P_{R_n}(R_{n+1})$ et $P_{\overline{R_n}}\left(\overline{R_{n+1}}\right)$.
   b. Montrer que, pour tout entier naturel non nul n, on a : $x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4$.
2. Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = x_n - 0,5$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique.
   b. Déterminer l'expression de x_n en fonction de n. En déduire la limite de la suite (x_n).
   c. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.