

Nota bene : ce travail sur les probabilités est à rendre pour \approx le 11 Décembre.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3 à 6 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

Déterminer, en justifiant, chacune des limites suivantes :

$$a) \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}$$

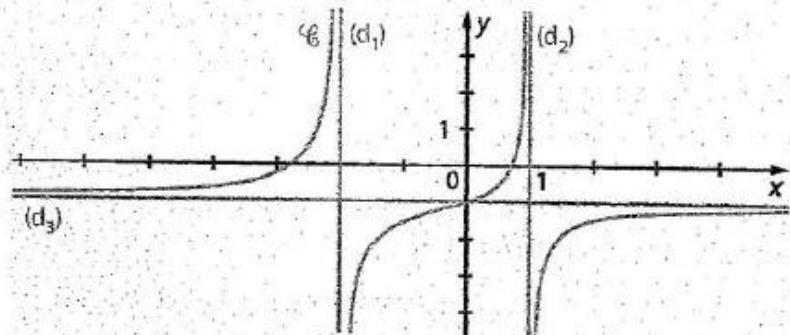
$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + 30\sin(x))$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (4x + 3 - 2\sqrt{x})$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{\cos^2(x)}{x}\right)$$

Exercice II

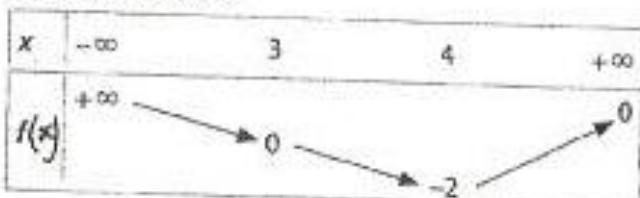
f est une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. Les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont des asymptotes à f .



1. Donner une équation de chaque asymptote.
2. Lire sur le graphique les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, en -2 à gauche et à droite, en 1 à gauche et à droite.
3. Dresser le tableau de variation de f .

Exercice III

f est une fonction définie sur \mathbb{R} dont on donne le tableau de variation ci-dessous :



1. Lire dans le tableau les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Soit g la fonction telle que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 \mathcal{C}_g est la courbe représentative de g .
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de g .
 - b. Déterminer les limites de g en $-\infty$, en 3 (à gauche et à droite) et en $+\infty$.
 - c. En déduire l'existence d'asymptotes à \mathcal{C}_g .

Exercice IV

1) Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$.

2) Démontrer que la courbe représentative de f admet deux asymptotes que l'on déterminera.

Exercice V

Faire chacun des petits exercices suivants de votre livre :

44 page 244 ; 54 page 245 ; 67 page 246 ; 77 page 246 ; 69 page 246

Exercice VI

101 page 251

Exercice VII

102 page 251.

Exercice VIII

On définit sur \mathbb{R} la fonction cosinus hyperbolique, notée ch , par : pour tout réel x , $ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

On définit sur \mathbb{R} la fonction sinus hyperbolique, notée sh , par : pour tout réel x , $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

On se propose d'étudier ces fonctions et de voir quelques propriétés les concernant.

- a) Déterminer la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune de ces fonctions.
- b) Montrer que la fonction ch est paire et à valeurs positives sur \mathbb{R} , et que sh est impaire sur \mathbb{R} .
- c) Démontrer que pour tout réel x , $sh'(x) = ch(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction sh sur \mathbb{R} , puis dresser son tableau de variation.

d) Démontrer que pour tout réel x , $ch'(x) = sh(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction ch sur \mathbb{R} puis dresser son tableau de variation.

e) Etudier la convexité de chacune de ces deux fonctions sur \mathbb{R} .

f) Démontrer que pour tout réel x , $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$.

g) On définit enfin la fonction tangente hyperbolique, notée th , par : $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$.

h) Déterminer son ensemble de définition.

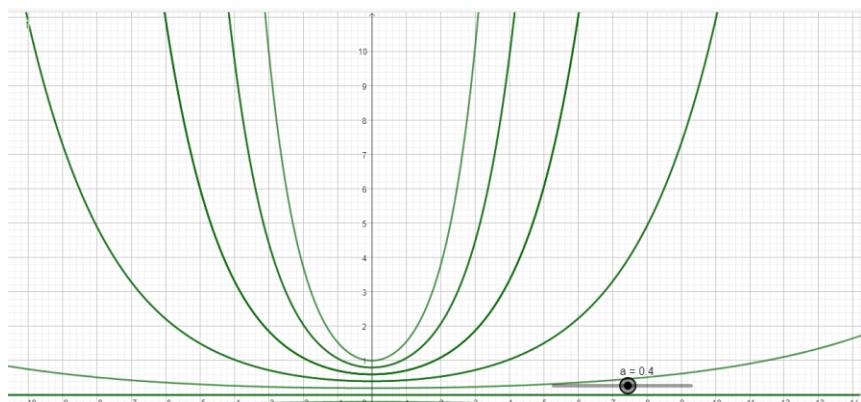
i) Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. Qu'en déduit-on concernant la courbe représentative de cette fonction ?

j) Déterminer le sens de variation de cette fonction et construire son tableau de variation.

k) A l'aide de Geogebra, tracer dans un même repère les courbes représentatives des trois fonctions étudiées dans cet exercice.

Point culture : la fonction ch sert à définir ce qu'on appelle les fonctions chaînettes : lorsqu'une chaîne, ou un câble est suspendu entre deux poteaux verticaux, la forme prise par la chaîne ou le câble est celle d'une chaînette modélisée par une fonction f de la forme : $f(x) = ach(ax)$ où a est un réel donné, alors que notre intuition et notre vue laisseraient à penser que c'est une parabole !

Voici quelques chaînettes :



L'exercice suivant est facultatif :

Vrai ou faux ?

- Peut-on affirmer que si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$?

