

**Nota bene :** ce travail sur les probabilités est à rendre pour  $\approx$  le 11 Décembre.

**Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3 à 6 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.**

**Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.**

**Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction.**

**Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.**

### Exercice I

Déterminer, en justifiant, chacune des limites suivantes :

a)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}$

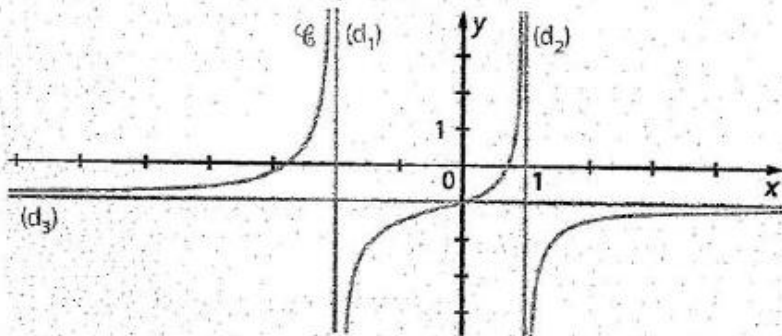
b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + 30 \sin(x))$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x + 3 - 2\sqrt{x})$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + \frac{\cos^2(x)}{x})$

### Exercice II

$f$  est une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont des asymptotes à  $\mathcal{C}_f$ .



1. Donner une équation de chaque asymptote.
2. Lire sur le graphique les limites de  $f$  en  $-\infty$ , en  $+\infty$ , en  $-2$  à gauche et à droite, en  $1$  à gauche et à droite.
3. Dresser le tableau de variation de  $f$ .

### Exercice III

$f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont on donne le tableau de variation ci-dessous :

$x$	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	-2	0

1. Lire dans le tableau les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
2. Soit  $g$  la fonction telle que  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .  
 $\mathcal{C}_g$  est la courbe représentative de  $g$ .
  - a. Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .
  - b. Déterminer les limites de  $g$  en  $-\infty$ , en 3 (à gauche et à droite) et en  $+\infty$ .
  - c. En déduire l'existence d'asymptotes à  $\mathcal{C}_g$ .

### Exercice IV

- 1) Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition de la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$ .
- 2) Démontrer que la courbe représentative de  $f$  admet deux asymptotes que l'on déterminera.

### Exercice V

Faire chacun des petits exercices suivants de votre livre :

44 page 244 ; 54 page 245 ; 67 page 246 ; 77 page 246 ; 69 page 246

### Exercice VI

101 page 251

### Exercice VII

102 page 251.

### Exercice VIII

On définit sur  $\mathbb{R}$  la fonction cosinus hyperbolique, notée  $ch$ , par : pour tout réel  $x$ ,  $ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

On définit sur  $\mathbb{R}$  la fonction sinus hyperbolique, notée  $sh$ , par : pour tout réel  $x$ ,  $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

On se propose d'étudier ces fonctions et de voir quelques propriétés les concernant.

- a) Déterminer la limite en  $+\infty$  et en  $-\infty$  de chacune de ces fonctions.
- b) Montrer que la fonction  $ch$  est paire et à valeurs positives sur  $\mathbb{R}$ , et que  $sh$  est impaire sur  $\mathbb{R}$ .
- c) Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $sh'(x) = ch(x)$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $sh$  sur  $\mathbb{R}$ , puis dresser son tableau de variation.

d) Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $ch'(x) = sh(x)$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $ch$  sur  $\mathbb{R}$  puis dresser son tableau de variation.

e) Etudier la convexité de chacune de ces deux fonctions sur  $\mathbb{R}$ .

f) Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$ .

g) On définit enfin la fonction tangente hyperbolique, notée  $th$ , par :  $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$ .

h) Déterminer son ensemble de définition.

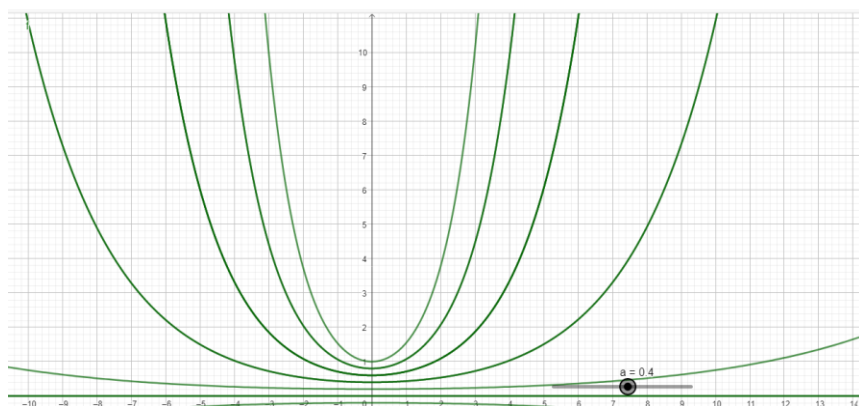
i) Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. Qu'en déduit-on concernant la courbe représentative de cette fonction ?

j) Déterminer le sens de variation de cette fonction et construire son tableau de variation.

k) A l'aide de Geogebra, tracer dans un même repère les courbes représentatives des trois fonctions étudiées dans cet exercice.

**Point culture** : la fonction  $ch$  sert à définir ce qu'on appelle les fonctions chaînettes : lorsqu'une chaîne, ou un câble est suspendu entre deux poteaux verticaux, la forme prise par la chaîne ou le câble est celle d'une chaînette modélisée par une fonction  $f$  de la forme :  $f(x) = ach(ax)$  où  $a$  est un réel donné, alors que notre intuition et notre vue laisseraient à penser que c'est une parabole !

**Voici quelques chaînettes :**



**L'exercice suivant est facultatif :**

**Vrai ou faux ?**

- Peut-on affirmer que si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$  ?

