

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 13 Janvier.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 5 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.



Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

Une entreprise emploie 270 hommes et 170 femmes.

L'entreprise envisage d'employer, en plus de ses 440 salariés, le même nombre de femmes que d'hommes.

Combien faut-il employer de personnes, au minimum, pour que le nombre de femmes soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'hommes ? Justifier votre démarche.

Exercice II

A l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $(2x-1)(-x+5) > 0$ b) $\frac{2x+3}{3x-5} \geq 0$.

c) $\frac{x-9}{2x+4} \geq -5$.

Exercice III

1) f est la fonction définie par : $f(x) = \frac{x-9}{2x+4}$.

Déterminer son ensemble de définition.

2) Calculer $f(0)$, puis l'image de 1 par f .

3) Déterminer l'antécédent de 3 par f .

4) Le point A(2 ; -1) appartient-il à la courbe représentative de f ? Justifier.

Même question pour le point B(-1 ; -5) ? Justifier.

5) Utiliser Geogebra pour tracer la portion de courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 10]$ en abscisses. Joindre à la copie le tracé.

6) A l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $\frac{x-9}{2x+4} \geq -3$.

Exercice IV

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer son ensemble de définition (expliquer) :

a) $f(x) = x^4$ b) $h(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x^2 + 1}$ c) $g(x) = \sqrt{\frac{-4x+1}{x+1}}$ (tableau de signes nécessaire ici.)

Exercice V

1) Déterminer, en justifiant, la valeur de : $|-7|$; $|\sqrt{2}-4|$; $\sqrt{(\pi-5)^2}$; $\sqrt{(x+y)^2}$; $\sqrt{(x-y)^4}$ où x et y sont des réels.

2a) Résoudre dans \mathbb{R} , en s'aidant d'une droite graduée et en justifiant, les équations et inéquations suivantes :

$$|x-2|=3,5 \quad ; \quad |x+6|=7 \quad ; \quad |x-1,2| \leq 3,4 \quad ; \quad |x-5| \geq 20.$$

2b) Résoudre dans \mathbb{R} , en réfléchissant quelques millisecondes :

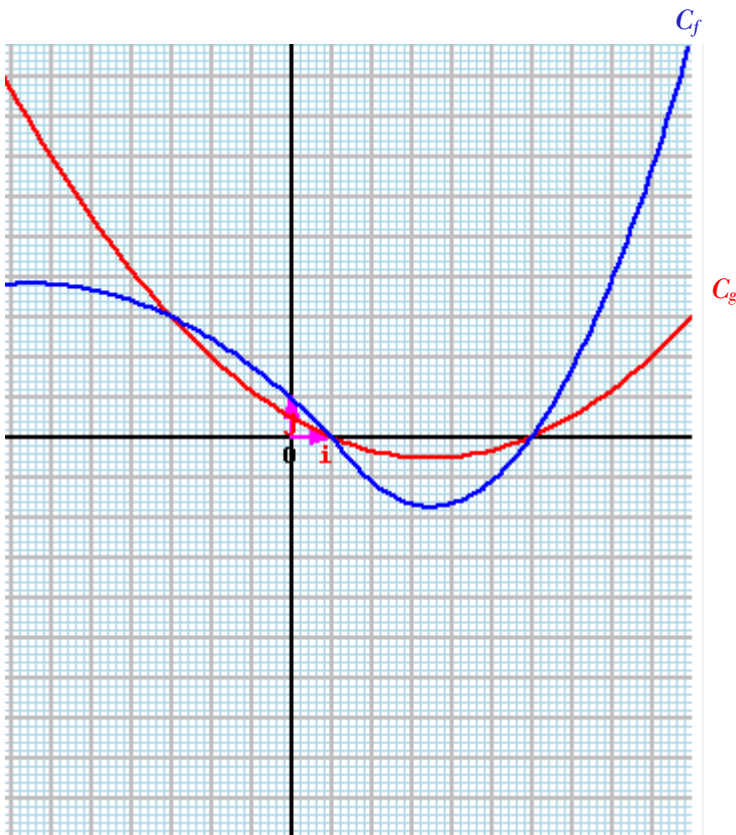
$$|2x-5| > -1 \text{ puis } |x^{2025} - 2026| \leq -2027.$$

Exercice VI (A maîtriser absolument pour le DS)

Les fonctions f et g sont définies sur le même intervalle $I = [-7 ; 10]$.

On a tracé dans un repère ($O ; i ; j$) les courbes C_f et C_g représentatives de ces deux fonctions.

C_f est tracée en bleu, C_g est tracée en rouge.



Déterminer graphiquement :

a) $f(5)$ b) l'image de -2 par g .

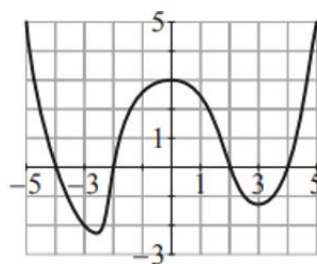
c) Le(s) antécédent(s) de 3 par f .

- d) Citer un réel qui a exactement un antécédent par g .
- e) Résoudre sur I : $f(x) = 1$. f) Résoudre sur I l'équation : $g(x) = -5$.
- g) Résoudre sur I l'équation : $f(x) = g(x)$.
- h) Résoudre sur I l'inéquation : $f(x) > g(x)$.
- i) Résoudre sur I l'inéquation : $g(x) \leq 1$.
- j) Donner un encadrement (aussi précis que possible) de $f(x)$ lorsque x appartient à I .
- k) Discuter, suivant les valeurs du réel m , du nombre de solution, sur l'intervalle I , de l'équation : $f(x) = m$.
- l) Dresser le tableau de signes de chacune des fonctions f et g sur l'intervalle I .

Exercice VII

La figure montre la représentation graphique de la fonction $f : [-5 ; 5] \rightarrow \mathbb{R}$.

Combien de solutions a l'équation $f(f(x)) = 0$?
Justifier votre réponse.



Exercice VIII

Une boîte rectangulaire a pour dimensions $a \times b \times c$ avec $a < b < c$. Si l'on augmente a ou b ou c d'une quantité donnée strictement positive, le volume augmente. Pour lequel des cas suivants, l'augmentation de volume est-elle la plus grande ?

- A) on augmente a B) on augmente b C) on augmente c
D) l'augmentation est la même que l'on augmente a ou b ou c
E) cela dépend des valeurs de a , b et c

Justifier votre réponse !

Exercice facultatif

Un avion fait un aller-retour entre deux villes A et B, la ville B étant située à l'est de la ville A.

En l'absence de vent, la vitesse de l'avion est supposée constante et égale à $V \text{ km/h}$.

Un vent de direction *ouest* vers *est* souffle en permanence de A vers B à la vitesse supposée constante de $v \text{ km/h}$ et $v < V$.

0) Exprimer en fonction de V et v la vitesse de l'avion lorsqu'il va de A vers B (aller), puis sa vitesse lorsqu'il va de B vers A (retour).

1) Soit d la distance AB.

- i) Exprimer, **en l'absence de vent**, en fonction de d et V , quelle serait la durée totale t du vol de l'avion aller-retour.
- ii) Exprimer, **en présence de vent**, la durée T du vol aller-retour en fonction de d , V et v .

2) Sur un vol aller-retour, l'effet du vent est-il favorable ou défavorable au vol de l'avion ? On attend un raisonnement et des explications.

Indication : Comparer les deux nombres obtenus à la question 1.