

Nota bene : Ce travail est à remettre au plus tard pour le 7 Novembre.

Vous vous mettez par groupe de deux à cinq élèves (pas de copie individuelle), et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE.

Exercice I

1) Calculer sous forme de fraction irréductible :

$$A = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{15} \right) \times \frac{2}{7} \quad B = \frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{\frac{2}{5} + 1}{\frac{3}{4} - \frac{11}{5}}$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{-x}{2}$ b) $6 - 4x = 5x - 11$ c) $2x - 6 = 1 - 1,32x$ d) $\frac{x}{2} = \frac{2}{3} + \frac{x}{5}$

e) $(2x+3)^2 = (4x+1)(x-5)$ f) $3(2-6x) - 2(2x-5) = x+11 + (5x-2)^2 - (5x+6)(5x-8)$

g) $\frac{2x-5}{3} = \frac{1-7x}{4}$ h) $x^2 = 18$ i) $(x+4)(x-3) - x^2 = 2 - (14-x)$ j) $25x^3 - 16x = 0$

k) $\frac{x-4}{2x+5} = 0$ l) $\frac{6x+1}{x+1} = \frac{5x}{x+2} + 1$

3) Isoler L dans : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. (L et g strictement positives).

Isoler r dans : $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (Toutes les variables sont ici positives.)

Isoler m dans : $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ (v , g et h strictement positives).

Exercice II

Voici des petits problèmes de mise en équation. Résolvez-les !

A) Les élèves d'une classe n'apprennent qu'une seule seconde langue étrangère.

Deux septièmes des élèves de cette classe apprennent l'allemand, la moitié des élèves apprennent l'espagnol, et les six élèves restants apprennent l'italien. Déterminer le nombre d'élèves de cette classe.

B) Déterminer, en justifiant, tous les réels égaux à quatre fois leurs cubes

C)

Un bambou droit (c'est-à-dire formant un angle droit avec le sol) mesure un mètre de long. Il se brise, et son extrémité touche alors le sol à une distance de 30 *cm* de la base de son tronc. Déterminer à quelle hauteur le bambou s'est brisé en justifiant.



D)

Ali Baba entend des voleurs dire : si nous prenons chacun 8 bijoux, alors il en manquera 5 pour effectuer le partage, et si nous en prenons chacun 7, il restera 6 bijoux. Déterminer le nombre de voleurs ainsi que le nombre de bijoux en possession des voleurs.

Exercice III

1) Sans calculatrice, expliquer comment calculer sous forme de fraction irréductible : $\frac{16^3}{24^3 + 16^3 + 8^3}$

2) Ecrire chacune des expressions algébriques sous forme d'une seule fraction :

a) $\frac{x}{6} - \frac{5x-4}{4}$ b) $\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+3}$ (Préciser pour quelles valeurs de x l'expression est calculable).

3) Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant :

Affirmation: "Pour tous réels a et b non nuls, $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ "

4) En ajoutant 4^{15} et 8^{10} , on obtient une puissance de 2. Laquelle ?

Exercice IV

1) Démontrer que pour tous réel x différent de -1 et -2 , $\frac{4}{(x+1)(x+2)} = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x+2}$

2a) Vérifier que pour tout réel x , $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

2b) Dédire de 2a) les solutions de l'équation : $x^2 + x + 1 = \frac{7}{4}$

3) Soit ABC un triangle tel que : AB = 8 *cm* ; BC = 9 *cm* et AC = 11 *cm*.

En raisonnant par l'absurde, démontrer que ce triangle n'est pas rectangle.

Exercice V (Pour travailler le raisonnement)

10 robots sont en file indienne. Chaque robot est soit un menteur (et il ment tout le temps), soit un véridique (qui dit toujours la vérité). Chacun des dix dit : « Il y a plus de menteurs devant moi que de véridiques derrière moi ». Combien y a-t-il de menteurs dans la file ?

Justifier votre réponse ainsi que votre raisonnement.