Terminale Maths Groupe 2 ***Devoir à la maison numéro 2*** ***Septembre 2025***

Ce travail fait une synthèse du chapitre 1, il est à rendre pour le 2 Octobre.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3, 4 ou 5 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

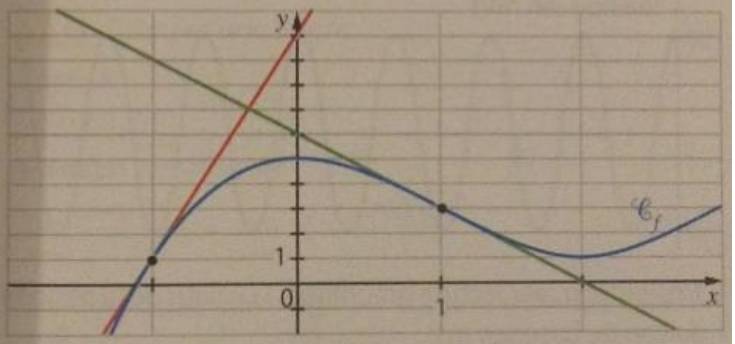
Recopier quelque chose sans la comprendre n'a aucun intérêt. Les DM auront un très faible coefficient par rapport aux devoirs en classe.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies ou exercices rendus en retard, ou ne respectant pas ces consignes, ne seront pas corrigés.

Exercice I

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative. On a représenté ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ et ses tangentes aux points d'abscisses –1 et 1.



Soit g, h et k les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$g(x) = f(-x)$, $h(x) = f(2x)$ et $k(x) = f(x-2)$.

1. Exprimer $g'(x)$, $h'(x)$ et $k'(x)$ en fonction de x et à l'aide de f'.
2. Lire sur le graphique les valeurs de $f'(-1)$ et de $f'(1)$.
3. En déduire les valeurs de $g'(-1)$, $g'(1)$, $h'(0{,}5)$ et $k'(1)$.

Exercice II

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x^2}$. On note C_f la courbe représentant f.

1) Etudier avec soin le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$, et dresser son tableau de variation.

2) On se propose de montrer que C_f a un seul point en commun avec la parabole d'équation : $y = x^2+1$, et que C_f est située en-dessous de cette parabole.

a) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-x^2} - x^2 - 1$.

Montrer que pour tout réel x, $g'(x) = -2x(e^{-x^2} + 1)$.

b) Etudier avec soin le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis dresser le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$.

c) En déduire que pour tout réel x, $g(x) \leqslant 0$, puis conclure quant au problème évoqué à la question 2).

Exercice III **(*Ce n'est pas très fin comme exercice mais il faut savoir parfaitement dériver.*)**

1) Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle précisé :

a) f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - 5x)^4$

b) g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{3x^2-1}$

c) h_1 définie sur $\mathbb{R}$ par : $h_1(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

d) i définie sur $\mathbb{R}$ par : $i(x) = xe^{-x}$.

e) j est définie sur $]-\infty ; 1[$ par : $j(x) = e^{\frac{-2x+1}{4x-4}}$.

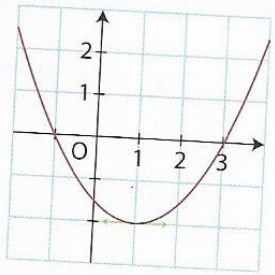
2) f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{x^2}$.Déterminer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

"Les tangentes à la courbe représentative de f aux points A *et* B *d'abscisses respectives* -1 *et* 1 *sont parallèles".*

Exercice IV

f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
Déterminer la convexité de la fonction f lorsque la courbe tracée dans le repère ci-contre est celle :

a) de la fonction f ;
b) de la fonction f' ;
c) de la fonction f''.



Exercice V

f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 2024^{2025} - e^x$.

Démontrer que la courbe représentant f est située au-dessous de chacune de ses tangentes.

Exercice VI

g est définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-x} + 3x^4$.

a) Montrer que g est convexe sur $\mathbb{R}$.

b) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentant g en son point d'abscisse 0.

c) En déduire que pour tout réel x, $e^{-x} + 3x^4 \geqslant -x + 1$.

Exercice VII

f est la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 2$.

1) Calculer $f'(x)$ puis étudier le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.

2) En déduire le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$u_n = 2n^3 - 2n^2 + n - 2$.