

Nota bene : Ce travail est à remettre au plus tard pour le 13 Octobre.

Vous pouvez déjà traiter plusieurs exercices au vu de l'avancement du chapitre. N'attendez pas la dernière minute pour commencer ce DM !

Vous vous mettez par groupe de deux à cinq élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE

Exercice I

Soit x et y deux réels non nuls.

a) Donner dans chaque cas l'expression algébrique correspondante à :

1) le carré de la différence de x et y . 2) la somme du carré de x et du tiers de y .

3) la différence entre le produit de x et y et la somme de x et y .

4) La somme du carré de la différence entre x et y et du double du produit de x et y .

b) Un pavé droit a pour longueur x , pour largeur y , et pour hauteur h . Exprimer en fonction de x , y et h , l'aire totale des faces de ce pavé droit.

Exercice II

1) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 6(2x - 1) + (2x + 1)(x - 3) \quad B = (-3x + 2)(-x - 2) - (x + 5)(x - 4) \quad C = 3(2ab - 4ab^2)ab^2$$

$$D = (7x - 2y)^2 + (3x + 4y)^2.$$

2) Factoriser les expressions suivantes : $E = 2x^2 - x$ $F = 4x - 16$ $G = x^2 - 14x + 49$

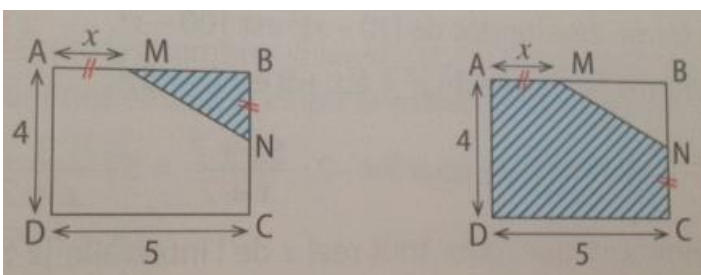
$$H = 6x + 14 + (3x + 7)^2 \quad I = (3x + 5)^2 - (x - 8)^2 \quad J = (x - 3)^2 - 16 + (x + 1)(x + 2)$$

$$K = x^2 - \frac{4}{9}a^2 \quad L = 10^{n+1} + 10^n \quad M = x^3 + x^2 + x + 1 \quad N = 5x(4x - 1) + 16x^2 - 1$$

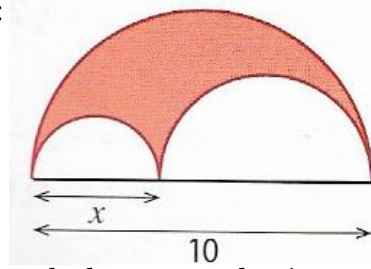
2) Développer $(x^2 + 2)^2$, puis en déduire une factorisation de $x^4 + 4$.

Exercice III

1) Exprimer en fonction de x , sous forme développée, dans chacune des deux figures suivantes, l'aire de la zone hachurée en bleu



2) La figure suivante est constituée de trois demi-cercles, et x désigne un nombre réel compris entre 0 et 10 :



Etablir que le périmètre de la zone colorée ne dépend pas de la valeur de x , et déterminer la valeur exacte de ce périmètre.

3) Exprimer, en fonction de son diamètre d , l'aire d'un demi-disque de diamètre d .

Exercice IV

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$ $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$ $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$ $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$ $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$ $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$ où x est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme : $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs : $E = a^{-14} b^{-6} (ab)^3$.

3) Factoriser en un produit de deux facteurs : $G = x^2 - 13$.

4) Déterminer l'entier naturel n tel que : $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$.

Exercice V

1) Trouver l'écriture scientifique de $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 300 millions *de mètres par seconde*, pendant une année.

Déterminer, en *km*, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de 802500×1995874561 sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

Exercice VI

Soit n un entier naturel et $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$.

a) Calculer la valeur de $A(n)$ lorsque : $n = 0$, puis $n = 1$, puis $n = 2$ puis $n = 3$.

b) Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?

c) En factorisant le numérateur de $A(n)$, démontrer que la conjecture effectuée à la question b) est vraie pour tout entier naturel n .

Exercice VII

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est entier naturel le plus petit possible et a entier :

$$A = \sqrt{147} \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme : $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers, et c est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

4) Soient a et b deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

Exercice VIII (pour travailler la logique)

Quatre kangourous ont des tailles différentes. A dit : « je ne suis ni le plus grand ni le plus petit ». B dit : « je ne suis pas le plus petit ». C dit : « je suis le plus grand ». D dit : « je suis le plus petit ». Un a menti et les trois autres ont dit la vérité. Qui est le plus grand ?

A) A B) B C) C D) D E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Justifier votre réponse en rédigeant.