

Nota bene : Ce dernier travail est à remettre pour le 26 Mai.

Vous rendrez une seule copie pour toute la classe ! Vous pouvez déjà traiter les exercices I à VI, les deux derniers exercices seront abordables très bientôt.

Exercice I

Déterminer pour chacune des fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} si elle est paire, impaire ou ni paire ni impaire sur \mathbb{R} :

a. $f(x) = 1 - x^2$

b. $g(x) = 4x + x^2$

c. $h(x) = x^3 - 2x$

d. $k(x) = x^3 - x^2$

Exercice II

6 À l'aide d'un contre-exemple, montrer que les affirmations suivantes sont fausses.

- a. Deux nombres et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.
- b. Pour tout réel x , on a $x^2 = -x^2$.
- c. Si $x \leq 5$, alors $x^2 \leq 25$.
- d. Un réel est toujours inférieur ou égal à son carré.

Exercice III

7 Comparer sans calculatrice a^2 et b^2 dans chacun des cas suivants.

- a. $a = 1,99$ et $b = 1,999$.
- b. $a = -6$ et $b = -5$.
- c. $a = -6,501$ et $b = -6,51$.
- d. $a = 0,33$ et $b = \frac{1}{3}$.

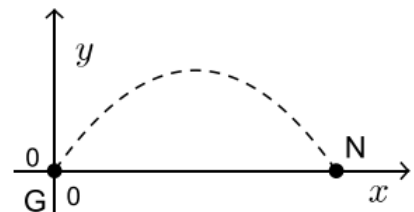
Mêmes questions que : a), b), c), d) avec : comparer $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$.

Exercice IV

Une grenouille saute d'un point G à un point N situés au sol (axe des abscisses), et la trajectoire de la grenouille est la courbe ayant pour équation :

$y = -3,72x^2 + 1,43x$, où x et y sont ici exprimés en mètres.

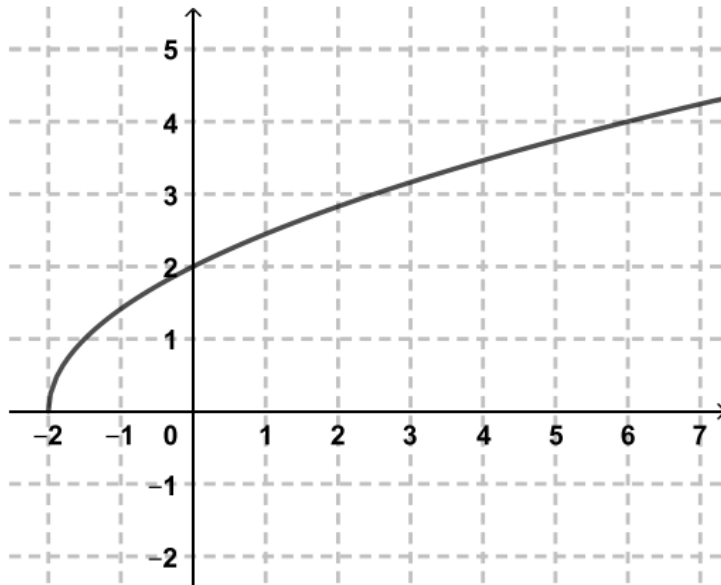
Quelle est la longueur de son saut en cm ?



Exercice V

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f

définie par $f(x) = \sqrt{2x + 4}$.

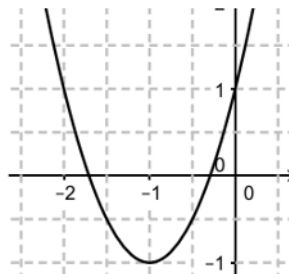


1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Tracer la droite Δ d'équation $y = x - 2$.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x - 2$, puis par le calcul.

Exercice VI

La parabole P ci-contre représente une fonction du second degré f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$



1. Donner par lecture graphique $f(0)$, $f(-1)$ et $f(-2)$.

2. En déduire la valeur de c , puis écrire l'expression de $f(x)$ en fonction de a et b uniquement.

En utilisant les valeurs de $f(-1)$ et $f(-2)$, déterminer, en résolvant un système de deux équations à deux inconnues les valeurs de a et b , puis donner l'expression de $f(x)$.

Exercice VII

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse :

1. La somme de deux diviseurs d'un entier divise toujours cet entier.

2. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ est un nombre décimal.

3. pour tout entier n , l'entier $4n + 7$ est impair.
4. Tout entier relatif non nul admet un inverse qui appartient à \mathbb{Z} .
5. Pour tous entiers relatifs a, b et c , si a et b divisent c , alors ab divise c .
6. Pour tous entiers relatifs a, b et c , si b est un multiple de a , et c est un multiple de a , alors bc est un multiple de a .
7. Pour tout entier naturel n , si n est un nombre premier, alors l'entier $2n+1$ est également un nombre premier.

Exercice VIII

Deux nombres premiers sont dits jumeaux lorsqu'ils diffèrent de deux unités.

1a) Citer cinq paires de nombres jumeaux.

1b) Que peut-on dire de la parité de deux nombres jumeaux ? Justifier.

2a) Développer, pour tout entier naturel n , $(n^2+2)^2$. En déduire une factorisation de n^4+4 .

2b) Démontrer que le nombre $2023^4 + 4$ n'est pas un nombre premier, et plus généralement, que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, n^4+4 n'est jamais un nombre premier.