Exercice 0

a) X suit la loi binomiale de paramètres : n = 30 et p = 0,9, car on répète 30 fois de façon indépendante la même épreuve de Bernoulli et le succès est marquer le panier.

b) P(X = 15)= $\binom{30}{15} \times 0{,}9^{15} \times 0{,}1^{15} \approx 3\times10^{-8}$.

c) Rater au moins un panier signifie que X n'est pas égale à 30, donc que X $\leqslant$ 29.

P(X $\leqslant$ 29) = $\sum_{k=0}^{29} P(X = k) = \sum_{k=0}^{29} \binom{30}{k} \times 0{,}9^{k} \times 0{,}1^{30-k}$.

Avec la calculatrice : P(X $\leqslant$ 29) $\approx 0{,}9576$.

d) P(27 $\leqslant$ X $\leqslant$ 29) = P(X=27) + P(X = 28) + P(X=29) $\approx 0{,}647$.

e)

E(X)=np = 30$\times$ 0,9 = 27. En moyenne, il peut s'attendre à 27 paniers réussis par salve de 30 lancers.

Exercice I

1a) $A(1;2;3)$ $B(-1;4;5)$

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-1-1=-2\\4-2=2\\5-3=2\end{pmatrix}$ dirige (AB), donc $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ dirige également (AB) car $\vec{AB}=2\vec{u}$.

Rq : essayez, si possible, de prendre un vecteur directeur dont les coordonnés sont "les plus petites" possible.

Une R-P de (AB) dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ et passant par $A(1;2;3)$ est donc : $\begin{cases}x=1+(-1)t\\y=2+1t\\z=3+1t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

En simplifiant, une R-P de (AB) est donc : $\boxed{\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}, t\in\mathbb{R}}$

1b) Soit (Δ) la droite passant par $C(0;0;11)$ et parallèle à (AB) : Vu que $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ dirige (AB) et que $(AB)//(\Delta)$, $\vec{u}$ dirige également (Δ), de sorte que, une R-P de la droite (Δ) est donc : $\boxed{\begin{cases}x=0-t'=-t'\\y=0+t'=t'\\z=11+t'\end{cases}, t'\in\mathbb{R}}$.

2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}0-1=-1\\0-2=-2\\11-3=8\end{pmatrix}$. Or $\frac{-2}{-1}=2$ et $\frac{2}{-2}=-1$. Vu que $2\neq-1$ il en résulte que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ n'ont pas leurs coordonnés proportionnelles, et à ce titre, $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires, donc A, B et C ne sont pas alignés et forment donc un unique plan, le plan (ABC).

3) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$ dirige (AB) et $\vec{CD}\begin{pmatrix}3-0=3\\0-0=0\\1-11=-10\end{pmatrix}$ dirige (CD).

$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont non colinéaires car $\frac{3}{-2}\neq\frac{0}{2}$, donc (AB) et (CD) ne sont ni parallèles, ni confondues.

Etudions l'intersection de (AB) et (CD), en commençant par donner une R-P de (CD) :

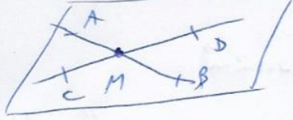
$\vec{CD}\begin{pmatrix}3\\0\\-10\end{pmatrix}$ dirige (CD) et (CD) passe par $C(0;0;11)$, donc une R-P de (CD) est $\boxed{\begin{cases}x=0+3s=3s\\y=0+0s=0\\z=11-10s\end{cases}, s\in\mathbb{R}}$

$M(x;y;z)\in(AB)\cap(CD)\iff\exists t\in\mathbb{R}, \exists s\in\mathbb{R}$ tel que : $\begin{cases}x=1-t=3s\\y=2+t=0\\z=3+t=11-10s\end{cases}\iff\begin{cases}t=-2\\1-(-2)=3s\\3-2=11-10s\end{cases}$

$\iff\begin{cases}t=-2\\s=\frac{3}{3}=1\\1=11-10\times1 : 1=1 \therefore \text{système compatible!}\end{cases}$

Par suite, $\begin{aligned}x&=1-t=1-(-2)=3\\y&=0\\z&=3+t=3+(-2)=1\end{aligned}$, donc $M(3;0;1)$ est le point d'intersection des droites (AB) et (CD) qui sont donc sécantes en ce point M.

On en déduit que les points A, B, C et D sont COPLANAIRES car deux droites sécantes sont coplanaires.



④ ACBE est un pgm $\iff \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$

Soit $E(x;y;z)$: $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}-1-x\\4-y\\5-z\end{pmatrix}$ $\Bigg\}$ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB} \iff \begin{cases}-1=-1-x\\-2=4-y\\8=5-z\end{cases}$

2 vecteurs sont égaux ssi ils ont les mêmes coordonnées.

$\iff \begin{cases}x=0\\y=4+2=6\\z=5-8=-3\end{cases}$. Donc <u>$E(0;6;-3)$ et ACBE est un pgm</u>.

Soit K le centre de ACBE. K est le point d'intersection des diagonales $[AB]$ et $[CE]$ de ce pgm. Or un pgm a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, donc $K =$ Milieu de $[AB]$.

Par suite, $K\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right)$, $K\left(\frac{1+(-1)}{2}; \frac{2+4}{2}; \frac{3+5}{2}\right)$, $\boxed{K(0;3;4)}$

⑤ $F(-4;4;15)$ et $A(1;2;3)$, donc $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}-4-1=-5\\4-2=2\\15-3=12\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\8\end{pmatrix}$ (déjà vu q. précédentes).

Donc, $a\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2a\\2a\\2a\end{pmatrix}$ et $b\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-b\\-2b\\8b\end{pmatrix}$, donc $a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2a-b\\2a-2b\\2a+8b\end{pmatrix}$.

Ainsi, $\overrightarrow{AF} = a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC} \iff \begin{cases}-5=-2a-b\\2=2a-2b\\12=2a+8b\end{cases} \iff \begin{cases}b=-2a+5\\2=2a-2(-2a+5)=6a-10\\12=2a+8(-2a+5)=-14a+40\end{cases}$

$\iff \begin{cases}b=-2a+5\\6a=12\\14a=20-12=28\end{cases} \iff \begin{cases}a=2\\a=2\\b=-2\times2+5=1\end{cases}$ $\Big\}$ système compatible !

Donc $\boxed{\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}$ Vu que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires (cf. ②), $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ est une base du plan (ABC). Comme $\overrightarrow{AF}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, il en résulte que les quatre points <u>A, B, C et F sont COPLANAIRES</u> (i.e) $\boxed{F\in(ABC)}$.

⑥ Par simple lecture sur la R-P de $\mathcal{D}$ on peut dire que : <u>$\mathcal{D}$ passe par $P(2;3;1)$ et $\mathcal{D}$ est dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$</u>. <u>Autre caractérisation</u> : $\mathcal{D}$ est la droite passant par $P(2;3;1)$ et $Z(5;0;7)$

$\lambda=3$ dans la R-P.

⑦ On cherche s'il existe $\lambda\in\mathbb{R}$ tel que : $\begin{cases}0{,}4=2+\lambda\\2{,}5=3-\lambda\\1=1+2\lambda\end{cases} \iff \begin{cases}\lambda=0{,}4-2=-1{,}6\\\lambda=3-2{,}5=0{,}5\end{cases}$ $\Big\}$ système incompatible !

Donc $\boxed{W(0{,}4;2{,}5;1)\notin(\mathcal{D})}$

De même, existe-t-il $\lambda\in\mathbb{R}$ tel que : $\begin{cases}-9=2+\lambda\\14=3-\lambda\\-21=1+2\lambda\end{cases} \iff \begin{cases}\lambda=-9-2=-11\\\lambda=3-14=-11\\\lambda=\frac{-21-1}{2}=-11\end{cases}$ $\Big\}$ système compatible ! $\boxed{L(-9;14;-21)\in\mathcal{D}}$

Exercice II

53 **a)** $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})$ définit le plan (ABC). Or K est un point de (CD), donc est dans le plan (ABC) : il existe donc deux réels x, y tels que $\overrightarrow{AK}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CK}-\overrightarrow{CA}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AK}=-\dfrac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

donc $x=\dfrac{1}{5}$ et $y=1$.

100 **1. a)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\,;-\dfrac{3}{2}\,;-\dfrac{9}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\,;\dfrac{3}{2}\,;\dfrac{3}{2}\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C définissent un plan.

b) $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est un couple de vecteurs directeurs du plan.

2. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-1\,;-\dfrac{3}{2}\,;-\dfrac{3}{2}\end{pmatrix}$.

On remarque que $\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont coplanaires. Par conséquent la droite (EF) est parallèle au plan (ABC).

49 **a)** $\vec{u}(-1;2;1)$ est un vecteur directeur de d et $\vec{u}'(1;-1;-2)$ est un vecteur directeur de d'.

b) Les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ ne sont pas proportionnelles donc $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ ne sont pas colinéaires. On en déduit que les droites d et d' ne sont pas parallèles.

Les droites d et d' peuvent être sécantes ou non coplanaires.

c) On résout le système :

$$\begin{cases} 1-t=2+t' \\ 2+2t=-2-t' \\ -1+t=-2t' \end{cases} \text{ qui est équivalent à}$$

$$\begin{cases} t+t'=-1 \\ 2t+t'=-4 \\ t+2t'=1 \end{cases} \text{ ainsi } \begin{cases} t'=2 \\ t=-3 \end{cases}$$

On remplace t dans la représentation paramétrique de d et on obtient :

$$\begin{cases} x=4 \\ y=-4 \\ z=-4 \end{cases}$$

Le point d'intersection de d et d' a pour coordonnées $(4\,;-4\,;-4)$.

53 $\vec{u}(3\,;1;-1)$ est un vecteur directeur de d.

$\vec{u}'(1;1;-1)$ est un vecteur directeur de d'.

Or $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ ne sont pas colinéaires donc d et d' ne sont pas parallèles.

On résout le système :

$$\begin{cases} 3t = 1 + t' \\ -1 + t = t' \\ 2 - t = 3 - t' \end{cases} \quad \text{qui est équivalent à}$$

$$\begin{cases} 3t - t' = 1 \\ t - t' = 1 \\ t - t' = -1 \end{cases}$$

Ce qui est impossible.

Ainsi, d et d' ne sont ni parallèles, ni sécantes donc elles sont non coplanaires.

Exercice III

1) Réponse **C.**
2) Réponse **D.**
3) Réponse **A.**
4) Réponse **B.**

Justifications :

1) Méthode système D : Les coordonnées de A et B doivent vérifier les équations de la R.P solution :

Ce n'est pas la réponse A, A est le point de paramètre $t=0$ de cette R-P, par contre pour $B(0;2;5)$: $\begin{cases} 0=2+2t \\ 2=-2+4t \\ 5=7-2t \end{cases}$ conduit à : $t=-1$ et $2=-6$, donc système incompatible : B n'appartient pas à cette droite.

En procédant de façon similaire, A et B appartiennent à la R.P de la réponse $\boxed{C}$.

Méthode bis $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$ dirige (AB), donc $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ dirige (AB), donc une R.P de (AB) qui passe par $B(0;2;5)$ est : $\begin{cases} x=-t' \\ y=2+2t' \\ z=5+t' \end{cases}$ où $t'\in\mathbb{R}$.

Posons $t=1+t'$ c'est à dire $t'=t-1$:

Une R.P de (AB) est : $\begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=5+t-1=4+t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$: réponse $\boxed{C}$.

Méthode ter (Sans doute celle que vous ferez !)

La méthode bis nécessite un peu d'expérience - Il est normal de ne pas y penser.

On procède à partir de la (R-P) trouvée de (AB) à la méthode précédente :

(AB) admet pour R-P : $\begin{cases} x=-t' \\ y=2+2t' \\ z=5+t' \end{cases}$ où $t'\in\mathbb{R}$.

Les (R-P) données en réponses B, C, D ont des vecteurs directeurs colinéaires ou égaux à $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et celui de la réponse A n'est pas colinéaire à $\vec{u}$: on exclut A.

Le plus simple ensuite est de regarder si $B(0;2;5)$ appartient ou pas aux droites dont une R-P est donnée en réponse B, C, D.

Cela rejoint la méthode système D ! Par exemple (calcul mental), réponse D est à exclure car sinon, au vu de son abscisse, B serait le point de paramètre $t=0$ de la réponse D, sauf que si $t=0$: $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=4 \end{cases}$. Or $z_B=5$ et $5\neq 4$.

donc réponse $\boxed{D}$ exclue.

On arrive sans peine à : réponse $\boxed{C}$ exacte.

② $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}$

$\frac{x_{\vec{AB}}}{x_{\vec{AC}}} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ et $\frac{y_{\vec{AB}}}{y_{\vec{AC}}} = \frac{4}{2} = 2$. Or $\frac{2}{3} \neq 2$, donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ n'ont pas leurs coordonnées proportionnelles, donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires et A, B, C non alignés.

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{DC}\begin{pmatrix}-1\\6\\-3\end{pmatrix}$, donc $\vec{AB} \neq \vec{DC}$, donc ABCD n'est pas un pgm.

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{AD}\begin{pmatrix}-4\\8\\-2\end{pmatrix}$: $\frac{y_{\vec{AD}}}{y_{\vec{AC}}} = \frac{8}{4} = 2$ et $\frac{z_{\vec{AD}}}{z_{\vec{AB}}} = \frac{-2}{2} = -1$.

$2 \neq -1$, donc $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ non colinéaires, donc A, B, D ne sont pas alignés : ils forment donc un unique plan : <u>Réponse $\boxed{D}$</u>

3) K est le milieu de [AB], donc $K\left(\frac{2+0}{2} ; \frac{-2+2}{2} ; \frac{3+5}{2}\right)$, $K(1;0;4)$

(d) est dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, donc une R-P de d qui passe par K est :

$$\begin{cases} x = 1+t' \\ y = t' \\ z = 4+t' \end{cases} \quad \text{où } t' \in \mathbb{R}.$$

Or une (R-P) de Δ est : $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3+3t \\ z = 4+t \end{cases}$, donc (Δ) est dirigée par $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}$.

Clairement $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires (... le rédiger), donc (d) et (Δ) ne sont pas parallèles.

<u>Étudions leur intersection :</u> $M(x;y;z) \in (d) \cap (\Delta)$ équivaut à chercher s'il existe des réels t et t' tels que : $\begin{cases} x = 1-2t = 1+t' \\ y = 3+3t = t' \\ z = 4+t = 4+t' \end{cases}$ donc : $\begin{cases} t' = -2t \\ t' = 3+3t \\ t = t' \end{cases}$

Ce qui conduit à : $\begin{cases} t' = t \\ t = -2t \\ t = 3+3t \end{cases}$ donc : $\begin{cases} t' = t \\ 3t = 0 \\ 2t = -3 \end{cases}$ donc $\begin{cases} t' = t \\ t = 0 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$ système incompatible $0 \neq -\frac{3}{2}$.

Ainsi (d) et (Δ) n'ont aucun point en commun, et comme (d) et (Δ) ne sont pas parallèles, il en résulte que ces deux droites <u>sont non coplanaires : réponse $\boxed{A}$</u>.

4) Une (R.P) de (Δ) est : $\begin{cases} x=1-2t \\ y=3+3t \\ z=4+t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Pour qui sait compter mentalement, $F(7;-6;1)$ est le point de paramètre $t=-3$ de (Δ).

donc <u>réponse B</u>.

<u>Sinon par élimination :</u> $E(-3;9;5)\in(\Delta)$ équivaut à : $\exists t\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} -3=1-2t \\ 9=3+3t \\ 5=4+t \end{cases}$, donc $\begin{cases} t=2 \\ t=2 \\ t=1 \end{cases}$

donc $E\notin(\Delta)$....

<u>Exercice IV</u>

-Un cube a 8 sommets, 6 faces et 12 arêtes.

-Un cube a 4 diagonales : il y a $\binom{8}{2} = 28$ segments reliant deux sommets quelconques du cube. -On exclut les 12 arêtes qui ne sont pas des diagonales du cube, ainsi que 2×6 diagonales des faces des 6 carrés (un carré a deux diagonales) constituant les faces du cube. Donc 28 – 12 – 12= 4 diagonales dans un cube.

-Il y a 8 triangles équilatéraux en tout. Chacun des triangles équilatéraux a pour longueur de côté la diagonale d'un carré : il y a 2 diagonales de carrés par faces : il y a donc la moitié de 2×8 c'est-à-dire 8 triangles équilatéraux

-On choisit un sommet : 8 possibles. Pour chacun des sommets, il y a 3 ! = 6 repères orthonormés s'appuyant sur les axes (permutation des 3 axes). Par principe multiplicatif, il y a 8×6=48 repères orthonormés ayant pour centre un des sommets du cube et dont les axes sont portés par des arêtes du cube.

<u>Exercice V</u>

<u>Affirmation 1 :</u>

$$\begin{cases} 2 = 4 + 2t \\ 1 = -3 - 4t \\ -4 = 5 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 2t \\ 4 = -4t \\ -9 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = t \\ -1 = t \\ -9 = t \end{cases} \text{ ce système n'admet aucune solution donc A} \notin d_1.$$

L'affirmation 1 est donc fausse.

<u>Affirmation 2 :</u>

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 6-2 \\ -5-1 \\ 4-(-4) \end{pmatrix}\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}. \text{ Soit } \vec{u}\begin{pmatrix} -10 \\ 15 \\ -20 \end{pmatrix}. \text{On a } \vec{u} = -2{,}5\overrightarrow{\mathrm{AB}} \text{ donc } \vec{u}\begin{pmatrix} -10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} \text{ est un vecteur directeur de (AB).}$$

$$\text{Soit M}(10;-11;12).\ \overrightarrow{\mathrm{AM}}\begin{pmatrix} 10-2 \\ -11-1 \\ 12-(-4) \end{pmatrix} = \overrightarrow{\mathrm{AM}}\begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ 16 \end{pmatrix}. \text{ Donc } \overrightarrow{\mathrm{AM}} = 2\overrightarrow{\mathrm{AB}} \text{ donc M appartient à (AB).}$$

La droite (AB) passe par le point $\mathrm{M}(10;-11;12)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-10\\15\\20\end{pmatrix}$ donc $\begin{cases}x=10-10t\\y=-11+15t\\z=12-20t\end{cases}$

où t $\in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (AB).

L'affirmation 2 est donc vraie.

Affirmation 3 :

Soient $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$ un vecteur directeur de d_1 *et* $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$ un vecteur directeur de d_2. Les coordonnées de $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas proportionnelles donc $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles.

Soit (E) le système $\begin{cases}4+2t=7+t'\\-3-4t=2+3t'\\5+t=-6+t'\end{cases}$

$\begin{cases}4+2t=7+t'\\5+t=-6+t'\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3+2t=t'\\5+t=-6+(-3+2t)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3+2t=t'\\5=-9+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3+2\times 14=t'\\14=t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}25=t'\\14=t\end{cases}$

Or pour $\begin{cases}25=t'\\14=t\end{cases}$ $\quad -3-4t=-3-4\times 14=-59$ et $2+3\mathrm{t}'=2+3\times 25=77$

Donc le système (E) n'admet aucune solution donc les droites d_1 et d_2 ne sont pas sécantes.

L'affirmation 3 est donc fausse.

Affirmation 4 :

$\overrightarrow{\mathrm{GM}}=2\overrightarrow{\mathrm{GD}}+4\overrightarrow{\mathrm{GE}}+2\overrightarrow{\mathrm{GF}}$

$\overrightarrow{\mathrm{GN}}=\overrightarrow{\mathrm{GD}}+\overrightarrow{\mathrm{DN}}=\overrightarrow{\mathrm{GD}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{DE}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\overrightarrow{\mathrm{GD}}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\mathrm{DG}}+\overrightarrow{\mathrm{GE}}\right)+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{\mathrm{DG}}+\overrightarrow{\mathrm{GF}}\right)=\overrightarrow{\mathrm{GD}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{DG}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{GE}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{DG}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{GF}}$

Donc $\overrightarrow{\mathrm{GN}}=\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{GD}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{GE}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{GF}}$ Ainsi, $\overrightarrow{\mathrm{GM}}$
$=8\overrightarrow{\mathrm{GN}}$ donc , $\overrightarrow{\mathrm{GM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{GN}}$ sont colinéaires, donc G, M et N sont alignés.

L'affirmation 4 est donc vraie.