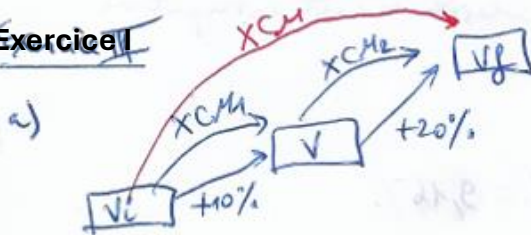


Exercice I



$$CM_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$$

$$CM_2 = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

$$CM = CM_1 \times CM_2 = 1,1 \times 1,2 = 1,32 = 1 + \frac{32}{100}$$

Donc il y a eu 32% de hausse du chiffre d'affaire global.

b) Par le même principe: $CM_1 = 1 - \frac{3}{100} = 0,97$; $CM_2 = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$, donc $CM = CM_1 \times CM_2$
 $CM = 0,97 \times 1,05 = 1,0185$. Soit une hausse globale de 1,85% du loyer.

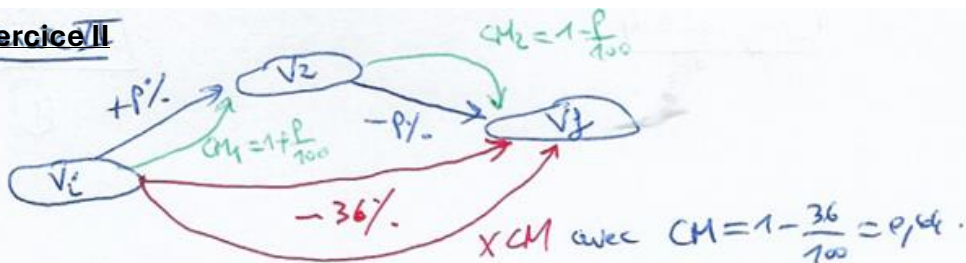
$$c) CM = \left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0,95^3 = 0,857375 = 1 + \frac{t}{100}$$

$$\text{Donc } t = (0,857375 - 1) \times 100$$

$$t = -14,2625$$

Au final, le prix a globalement diminué d'environ 14,26%

Exercice II



$$CM_1 \times CM_2 = CM \text{ d'où on a : } \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 0,64$$

$$1^2 - \left(\frac{p}{100}\right)^2 = 0,64$$

$$1 - \frac{p^2}{10000} = 0,64$$

$$\frac{p^2}{10000} = 1 - 0,64 = 0,36$$

$$p^2 = 0,36 \times 10000 = 3600$$

$$\text{Donc } (p \geq 0) \text{ on a : } p = \sqrt{3600} = 60$$

Exercice III

Le coefficient multiplicateur associé à la première baisse de 20 % est $CM_1 = 1 - 20/100 = 0,8$.

Soit CM_2 le coefficient multiplicateur associé à la seconde baisse de prix.

Globalement, après ces deux réductions, le prix a été divisé par 2, donc globalement 50 % de remise, donc $CM = 0,5$.

Or $CM = CM_1 \times CM_2$, donc $0,5 = 0,8 \times CM_2$, et par suite, $CM_2 = 0,5/0,8 = 5/8 = 0,625$.

Donc le taux de remise lors de la seconde baisse est de 37,5 %.

Exercice IV

1) $\vec{AB} + \vec{VA} = \vec{VA} + \vec{AB} = \vec{VB}$ (relation de Chasles)

$$\vec{IJ} + \vec{AV} - \vec{IV} = \vec{IJ} + \vec{AV} + (-\vec{IV}) = \vec{IJ} + \vec{AV} + \vec{VI} = \vec{IJ} + \vec{AI} = \vec{AI} + \vec{IJ} = \vec{AJ}$$

2) $A(13; 9)$ et $B(x_B; y_B)$.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A = x_B - 13 \\ y_B - y_A = y_B - 9 \end{pmatrix}. \text{ Or } \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \text{ donc par unité de coordonnées on a :}$$

$$\begin{cases} x_B - 13 = -3 \\ y_B - 9 = 5 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x_B = -3 + 13 = 10 \\ y_B = 5 + 9 = 14 \end{cases}$$

donc $B(10; 14)$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \text{ unités de longueur.}$$

3) $A(13; 9)$ $C(-2; 3)$
 $\vec{AC} \begin{pmatrix} -2 - 13 = -15 \\ 3 - 9 = -6 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AC} \begin{pmatrix} -15 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-15)^2 + (-6)^2} = \sqrt{225 + 36} = \sqrt{261} \text{ u.}$

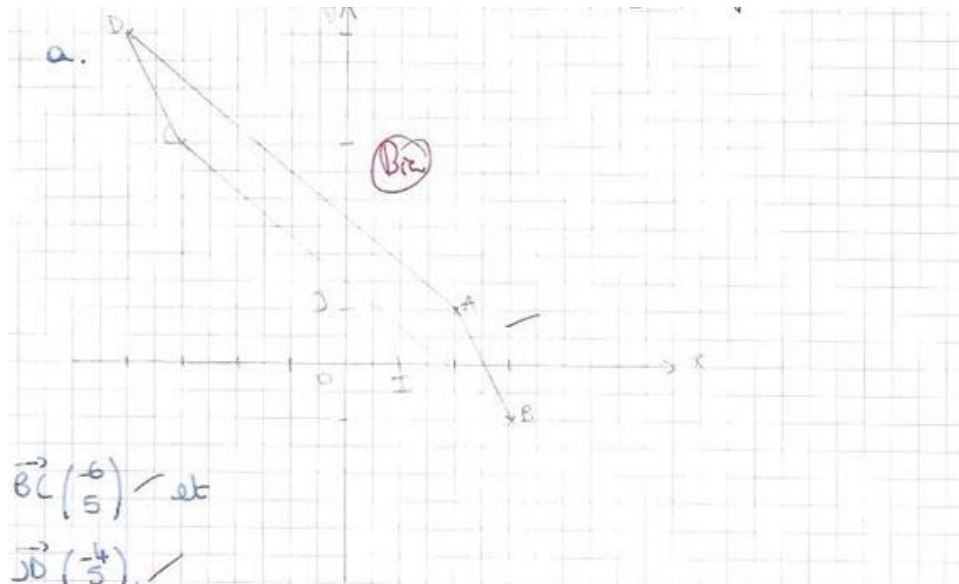
$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} \text{ avec } \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{AC} \begin{pmatrix} -15 \\ -6 \end{pmatrix}, \text{ donc } \vec{AB} + \vec{AC} \begin{pmatrix} -18 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -18 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \|\vec{u}\| = \sqrt{(-18)^2 + (-1)^2} = \sqrt{324 + 1} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13} \text{ u.l.}$$

$$\|\vec{AB} + \vec{AC}\| = \|\vec{u}\| = 5\sqrt{13} \text{ et } \|\vec{AB}\| + \|\vec{AC}\| = \sqrt{34} + \sqrt{261}$$

Or $5\sqrt{13} \neq \sqrt{34} + \sqrt{261}$ (calculatrice!), donc $\|\vec{AB} + \vec{AC}\| \neq \|\vec{AB}\| + \|\vec{AC}\|$!

Exercice V



b. ABCD est un parallélogramme équivaut à $\vec{AB} = \vec{DC}$
 $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{DC} \begin{pmatrix} -3+4=1 \\ 4-6=-2 \end{pmatrix}$, donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ont les mêmes coordonnées, donc ils sont égaux.
 La quadrilatère ABCD est bien un parallélogramme.

c. Pour que OCK soit un parallélogramme, $\vec{OB} = \vec{CK}$, donc qu'ils aient les mêmes coordonnées, donc

$$\vec{OB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{CK} \begin{pmatrix} 0-x_K \\ 1-y_K \end{pmatrix} \text{ avec } K(x; y).$$

$$\vec{OB} = \vec{CK} \text{ équivaut à : } 3 = 0 - x, \text{ et } -1 = 1 - y,$$

$$3 = -x \quad -1 + y = 1$$

$$x = -3 \quad y = 2.$$

Donc $K(-3; 2)$ (Bon)

3). Dire que ϵ est l'image du point B par la translation du vecteur $\vec{AC}$ équivaut à dire que $\vec{AC} = \vec{BE}$ (Bon)

Or si $\vec{AC} = \vec{BE}$, cela signifie qu'ils ont les mêmes coordonnées, donc :

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{BE} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+1 \end{pmatrix} \text{ avec } \epsilon(x; y).$$

$$\vec{AC} = \vec{BE} \Leftrightarrow -5 = x - 3 \quad \text{et} \quad 3 = y + 1$$

$$-2 = x \quad 2 = y$$

Donc $\epsilon(-2; 2)$ (Bon)

Addendum : 2c)

$$2c) \vec{OJ} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ donc } OJ = \|\vec{OJ}\| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

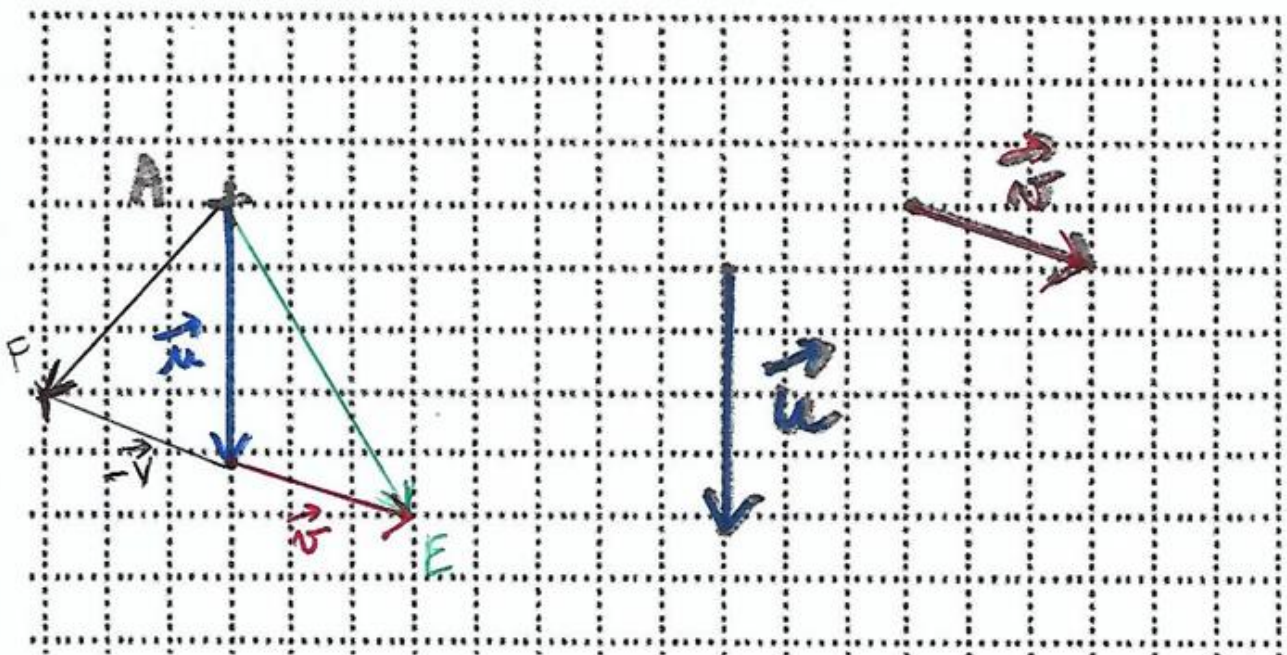
$$\text{et } \vec{BK} \begin{pmatrix} -3-3=-6 \\ 2-(-1)=3 \end{pmatrix}, \text{ donc } BK = \|\vec{BK}\| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

Or $1 \neq 3\sqrt{5}$, donc $OJ \neq BK$, par suite, les diagonales du pgm $OBJK$ n'ont pas la même longueur, donc, à ce titre, $OBJK$ n'est pas un rectangle.

Exercice VI

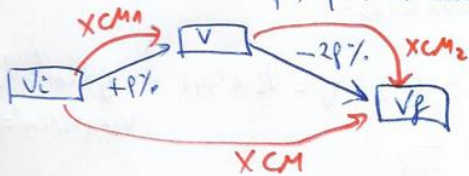
2) Construire les points E et F définis par :

$$\vec{AE} = \vec{u} + \vec{v} \quad \vec{AF} = \vec{u} - \vec{v}$$



Exercice Bonus

Série VIII Soit V_i le prix que Matt avait payé la douane :



avec $V_p = 0,5 V_i$.

$$\begin{cases} CM_1 = 1 + \frac{p}{100} \\ CM_2 = 1 - \frac{2p}{100} \end{cases}$$

$$V_i \times CM_1 \times CM_2 = V_p$$

$$V_i \times \left(1 + \frac{p}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0,5 V_i$$

Come $V_i \neq 0$ on a en simplifiant par V_i :

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0,5$$

En développant : $1 - \frac{2p}{100} + \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0,5$

$$1 - \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0,5$$

$$\frac{10000}{10000} - \frac{100p}{10000} - \frac{2p^2}{10000} = 0,5$$

$$\frac{10000 - 100p - 2p^2}{10000} = 0,5$$

$$10000 - 100p - 2p^2 = 0,5 \times 10000 = 5000$$

$$10000 - 100p - 2p^2 = 5000$$

$$2p^2 + 100p + 5000 - 10000 = 0$$

$$2p^2 + 100p - 5000 = 0$$

$$2(p^2 + 50p) - 2500 = 0$$

$$p^2 + 50p - 2500 = \frac{0}{2} = 0$$

donc par solution de l'équation : $p^2 + 50p - 2500 = 0$

2a) On développe : $(p + 25)^2 - 3125 = p^2 + 2 \times p \times 25 + 25^2 - 3125 = p^2 + 50p + 625 - 3125 = p^2 + 50p - 2500$

donc on a bien : $p^2 + 50p - 2500 = (p + 25)^2 - 3125$

2b) $p^2 + 50p - 2500 = 0$ équivaut donc (q. 2a) à : $(p + 25)^2 - 3125 = 0$

Vu que $p \geq 0$, $p + 25 \geq 0$, donc $(p + 25)^2 = 3125$

donc $p + 25 = \sqrt{3125}$

$$p = \sqrt{3125} - 25$$

$$p \approx 39,9$$

Matt avait initialement augmenté le prix de sa douane d'environ 39,9 %.