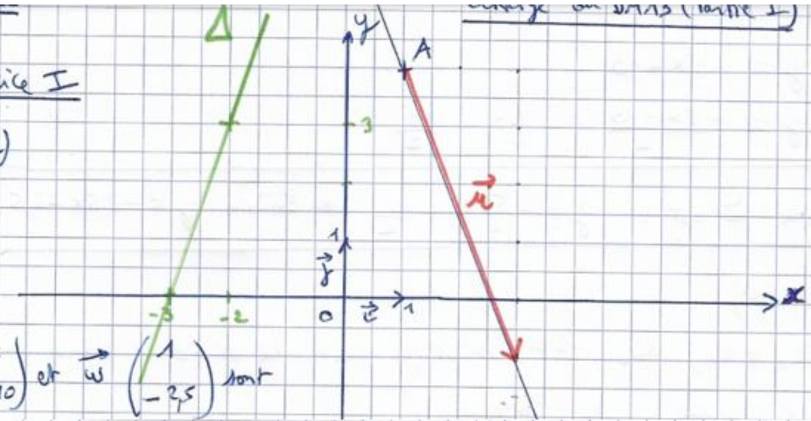
Seconde **Corrigé du DM11** **Mai 2026**

Exercice 0

Exercice I

a)



$\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-2,5\end{pmatrix}$ sont

Or, $A(1;4)$ appartient à $\mathcal{D}$, donc en faisant $x=1$ et $y=4$ dans (*), l'égalité est vérifiée (vraie) :

$$-5\times 1-2\times 4+c=0$$
$$-5-8+c=0$$
$$c=13.$$

$\boxed{\text{Une E.C de } \mathcal{D} \text{ est : } -5x-2y+13=0}$.

$\boxed{\text{Une autre E.C de } \mathcal{D} \text{ est : } 5x+2y-13=0}$ (on a multiplié par -1 chacun des 2 membres de la précédente égalité).

c) $B(61;-146)$.

Testons si pour $x=61$ et $y=-146$, l'égalité : $5x+2y-13=0$ est vraie ou fausse :

Or, si $x=61$ et $y=-146$, alors $5x+2y-13=5\times 61+2\times(-146)-13=305-292-13=0$

Ainsi, $\boxed{B(61;-146) \text{ appartient à } \mathcal{D}}$ puisque ses coordonnées vérifie une E.C de cette droite.

Par un procédé identique : Pour $E(-100;256,49)$: ici $x=-100$ et $y=256,49$

et $5x+2y-13=5\times(-100)+2\times 256,49-13=-500+512,98-13=-0,02$.

Or $-0,02\neq 0$ donc l'égalité $5x+2y-13=0$ n'est pas vérifiée par les coordonnées du point E : $\boxed{E(-100;256,49)\notin\mathcal{D}}$.

d) $5x + 2y - 13 = 0$

On va isoler y : $2y = -5x + 13$

$$y = \frac{-5x+13}{2} = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$$

L'équation réduite de $\mathcal{D}$ est : $y = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$ ou encore $y = -2{,}5x + 6{,}5$

e) $G(-1;6)$ et $H(2;-4)$.

Vu que $-1 \neq 2$, $x_G \neq x_H$, donc (GH) n'est pas verticale et admet donc une équation réduite de la forme : $y = mx + p$.

D'après le cours : $m = \frac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \frac{-4-6}{2-(-1)} = \frac{-10}{3}$.

Ainsi, $y = -\frac{10}{3}x + p$

De plus, $G(-1;6) \in (GH)$, donc : $\underbrace{y_G}_{=6} = -\frac{10}{3}x_G + p$

$$6 = -\frac{10}{3} \times (-1) + p$$

$$6 = \frac{10}{3} + p$$

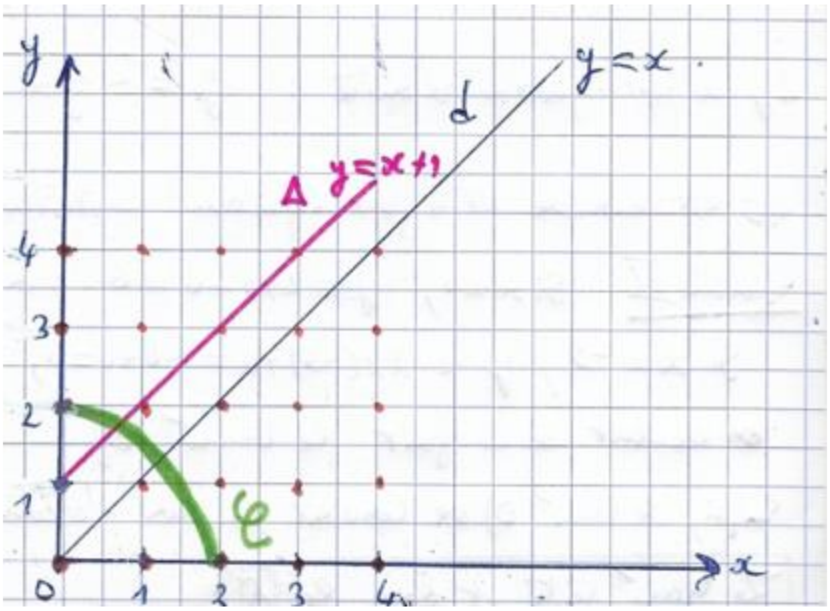
$$p = 6 - \frac{10}{3} = \frac{18}{3} - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$$

L'équation réduite de (GH) est : $y = -\frac{10}{3}x + \frac{8}{3}$.

Exercice II

1)

y \ x	0	1	2	3	4
0	(0;0)	(1;0)	(2;0)	(3;0)	(4;0)
1	(0;1)	(1;1)	(2;1)	(3;1)	(4;1)
2	(0;2)	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(4;2)
3	(0;3)	(1;3)	(2;3)	(3;3)	(4;3)
4	(0;4)	(1;4)	(2;4)	(3;4)	(4;4)



2a) d contient 5 points à coordonnées entières comprises entre 0 et 4 inclus.

Donc $\boxed{P(A)} = \dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb total d'issues}} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5} = \boxed{0,2}$

le tableau précédent fait apparaître 25 couples deux à deux distincts !

2b) Δ a pour équation : $y = x+1$.

$(0;1)$; $(1;2)$; $(2;3)$; $(3;4)$ sont les seuls points de Δ dont abscisse et ordonnée sont comprises entre 0 et 4 inclus ; il y a donc 4 points favorables à la réalisation de l'événement B.

Donc $\boxed{P(B)} = \dfrac{4}{25} = \boxed{0,16}$

2c) Seuls les points $(0;2)$ et $(2;0)$ sont sur 𝒞 avec une abscisse et ordonnée comprises entre 0 et 4. Donc $\boxed{P(C)} = \dfrac{2}{25} = \boxed{0,08}$

Exercice II

d_1 a pour équation réduite : $y = 1x+2$ c'est-à-dire : $y = x+2$

d_2 a pour équation réduite : $y = 0x-2$ c'est-à-dire : $y = -2$.

d_3 a pour équation réduite : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$: Ici il faudrait s'assurer que l'ordonnée à l'origine p est bien égale à $\frac{3}{2}$ par le calcul, car d_3 rencontre l'axe des ordonnées en un nombre non entier.

d_4 a pour équation réduite : $y = -\frac{1}{3}x$

d_5 est verticale et a pour équation : $x = 4$

Exercice III

L’ordonnée à l’origine est égale à 6 : on est donc dans le cas B ou bien E.

Le coefficient directeur est positif, donc la bonne réponse est la E.

Exercice IV

Exercice I

Méthode de substitution

on intervertit L1 et L2

a) $\begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 3x \\ 5x - 4(15 - 3x) = 8 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 5x - 4(15 - 3x) = 8 \\ y = 15 - 3x \end{cases}$

$\Longleftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 \times 15 + 4 \times 3x = 8 \\ y = 15 - 3x \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 17x = 8 + 60 = 68 \\ y = 15 - 3x \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \frac{68}{17} = 4 \\ y = 15 - 3 \times 4 = 15 - 12 = 3 \end{cases}$

$\boxed{\mathcal{S} = \{(4;3)\}}$.

Rq : Dans la résolution du système, il faut conserver deux lignes au système tout au long des étapes.

b) $\begin{cases} 9x + 8y = -60 & (L_1) \\ 12x - 7y = 450 & (L_2) \end{cases}$ Ici, aucun des coefficients des x et y ne vaut 1 ou -1, donc on va procéder par la méthode de combinaison.

Nous allons "éliminer" les y : 56 est un multiple commun à 8 et 7 : $8 \times 7 = 56$.

Donc on multiplie par 7 (L_1) et par 8 (L_2) :

$\begin{cases} 9x + 8y = -60 \\ 12x - 7y = 450 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 7(9x + 8y) = 7 \times (-60) \\ 8(12x - 7y) = 8 \times 450 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ 96x - 56y = 3600 \end{cases}$

On remplace enfin la nouvelle ligne 2 du dernier système obtenu par $(L_1) + (L_2)$: $56y + (-56y) = 0$!

$\Longleftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ (63x + 56y) + (96x - 56y) = -420 + 3600 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ 159x = 3180 \end{cases}$

$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3180}{159} = 20 \\ 63 \times 20 + 56y = -420 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 56y = -420 - 1260 = -1680 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -\frac{1680}{56} = -30 \end{cases}$

$\boxed{\mathcal{S} = \{(20;-30)\}}$.

Exercice V

① Notons x la note obtenue à l'écrit, et y celle obtenue à l'oral :

On a : $\begin{cases} \dfrac{6x+4y}{6+4} = 9 \\ \dfrac{4x+6y}{4+6} = 10 \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{6x+4y}{10} = 9 \\ \dfrac{4x+6y}{10} = 10 \end{cases} \iff \begin{cases} 6x+4y = 90 \\ 4x+6y = 100 \end{cases} \overset{(\div 2)}{\iff} \begin{cases} 3x+2y=45 \\ 2x+3y=50 \end{cases}$

$\underset{L_2 \times 2}{\overset{L_1 \times 3}{\iff}} \begin{cases} 9x+6y = 135 & L_1' \\ 4x+6y = 100 & L_2' \end{cases} \iff \begin{cases} 9x+6y=135 \\ L_2'-L_1' : 4x+6y-(9x+6y) = 100-135 \end{cases} \iff \begin{cases} 9x+6y=135 \\ -5x=-35 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = \dfrac{-35}{-5} = 7 \\ 9 \times 7 + 6y = 135 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 7 \\ y = \dfrac{135-63}{6} = \dfrac{72}{6} = 12 \end{cases}$. $S = \{(7;12)\}$

Julia a eu 7 à l'écrit et 12 à l'oral.

② Soit x la longueur du rectangle initial, et y sa largeur.

Augmenter de 20% un nombre revient à le multiplier par 1,2

Diminuer de 20% un nombre revient à le multiplier par 0,8.

Donc : $\begin{cases} 2(x+y) = 20 \\ 2(1{,}2x+0{,}8y) = 20 \times 1{,}1 \end{cases} \iff \begin{cases} x+y=10 \\ 1{,}2x+0{,}8y = 11 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 10-x \\ 1{,}2x+0{,}8(10-x) = 11 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} y=10-x \\ 1{,}2x+8-0{,}8x=11 \end{cases} \iff \begin{cases} y=10-x \\ 0{,}4x = 11-8 = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 10-x \\ x = \dfrac{3}{0{,}4} = 7{,}5 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 7{,}5 \\ y = 10-7{,}5 = 2{,}5. \end{cases}$

$S = \{(7{,}5 ; 2{,}5)\}$.

Ce rectangle a pour dimensions initiales 7,5cm en longueur et 2,5cm en largeur.

Exercice VI

1) On a, *pour tout réel x*, $f(x) = ax+b$. *On doit trouver la valeur de a et b sachant que* $f(2)=0$ *et* $f(3)=6$.

On traduit ces données par le système suivant : $\begin{cases} 2a+b=0 \\ 3a+b=6 \end{cases}$ *qui se résout instantanément* (L2 – L1) *et donne :*

$a = 6$ *et* $b = -12$. $S=\{(6 ; -12)\}$. *Donc* $f(x) = 6x - 12$.

2) ***Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur, ici la droite d'équation*** $y = x - 2026$ ***a pour coefficient directeur*** $m = 1$.

Donc en notant (d) ***la parallèle à cette dernière droite passant par*** $C(2024 ; 2025)$, (d) ***a pour équation réduite :*** $y = x + p$.

C(2024 ;2025) *appartient à* (*d*) *équivaut à dire que :* 2025 = 2024 + *p*, *donc p* = 1 *et par suite* (*d*) *a pour équation réduite :* $y = x+1$.

Exercice VII

Déf aire figure 1 = 8 × 8 = 64
aire figure 2 = 5 × 13 = 65

Paradoxe les aires des deux figures ne sont pas égales, alors qu'elles sont composées des mêmes sous figures A, B, C et D

Si on calcule l'aire des triangles et des trapèzes dans la figure 2, on obtient 64 et non 65

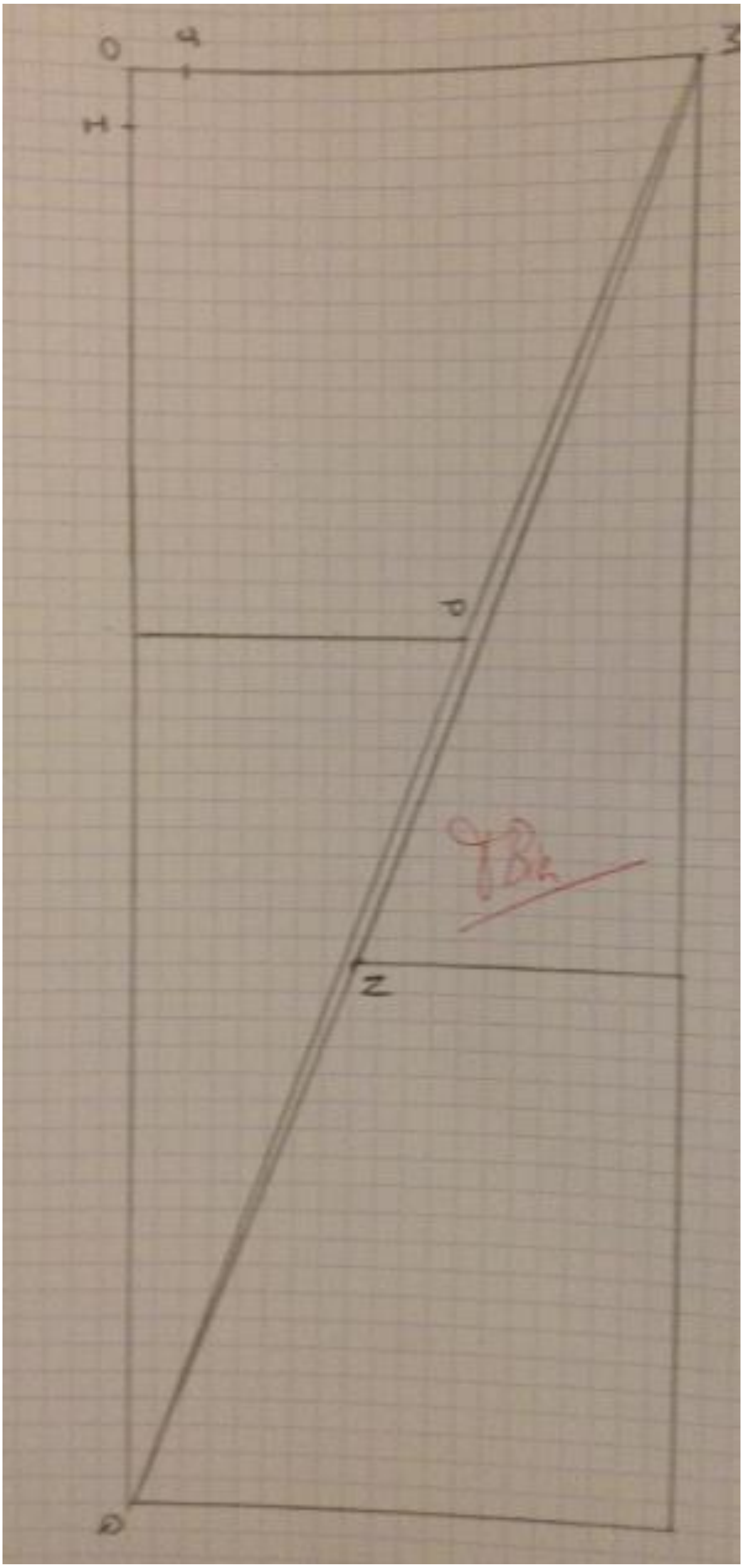
triangle A aire = 12
triangle B aire = 12   12 × 2 + 20 × 2 = 64
trapèze C aire = 20
trapèze D aire = 20

Pour comprendre il faut agrandir la figure 2, on peut voir qu'il existe un espace entre les triangles et les trapèzes, il n'est pas visible dans l'énoncé car il est très petit

Démonstration

On se place dans un repère (O, I, J)

$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M ; y_N - y_M)$
$= (-16 - 0 ; 4 - 10)$
$= (-16 ; -6)$



$\overrightarrow{MQ} = (x_Q - x_M ; y_Q - y_M)$
$= (26 - 0 ; 0 - 10)$
$= (26 ; -10)$

16	26
-6	-10

$(-6) \times 26 = -156$
$16 \times (-10) = -160$

$(-156) \neq (-160)$

Ce n'est donc pas un tableau de proportionalité

$\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{MN}$ ne sont pas proportionels et donc pas colinéaires.

Les point M, Q, N ne sont donc pas alignés

Cela explique l'espace entre les figures A, B, C et D.

Il ne s'agit donc pas d'un paradoxe mais d'un effet de vue !

Exercice VIII

f(*x*+*y*)=*f*(*x*)*f*(*y*) *pour tous entiers x et y, et* $f(1) = \frac{1}{2}$.

En faisant $x = y = 0$, il vient : $f(0+0) = f(0)^2$ donc $f(0) = f(0)^2$, donc $f(0)(1 - f(0)) = 0$.

Par suite, $f(0) = 0$ ou $f(0) = 1$.

Si $f(0) = 0$, alors, comme pour tout réel x, $x = x + 0$, on aurait : $f(x+0) = f(x) \times f(0)$, et donc, pour tout réel x, $f(x) = 0$. Or par donnée, $f(1) = \frac{1}{2}$, donc f ne peut pas être tout le temps nulle.

Par suite, $f(0) = 1$.

Enfin, $f(2) = f(1 + 1) = f(1)f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. Par suite, $f(0) + f(1) + f(2) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$.

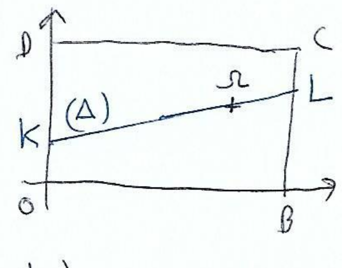
Exercice IX

Tout d'abord, la droite passe par le centre $\Omega(75;30)$ du cercle, donc elle le partage en deux demis disques de même aire, indépendamment de sa pente.

On cherche donc la pente m de la droite (Δ) passant par $\Omega(75;30)$ et qui divise l'aire du rectangle ABCD en deux parties de même aire, où $O(0;0)$; $B(100;0)$; $C(100;50)$; $D(0;50)$.

Soit (Δ) cette droite : elle a pour équation réduite : $y = mx + p$

$\Omega(75;30) \in (\Delta) \iff 30 = 75m + p \iff p = 30 - 75m$.



Δ a pour équation : $y = mx + 30 - 75m$

Δ rencontre l'axe des ordonnées (lorsque $x = 0$) en un point $K(0; y_K)$

avec : $y_K = m \times 0 + 30 - 75m$ donc en $K(0; -75m + 30)$.

Δ rencontre la droite verticale d'équation $x = 100$ en le point $L(100; y_L)$ et

$y_L = 100m + 30 - 75m = 25m + 30$: $L(100; 25m + 30)$.

Les deux trapèzes OKLB et CDKL ont même aire si et seulement si $OK = CL$ (car OBCD est un rectangle, et ces deux trapèzes ont même hauteur). (Soit par alignement, $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{LC}$

$\overrightarrow{OK}\begin{pmatrix} 0 \\ -75m+30 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{LC}\begin{pmatrix} 0 \\ 50-(25m+30) = -25m+20 \end{pmatrix}$

Par suite : $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{LC} \iff -75m + 30 = -25m + 20 \iff 30 - 20 = 75m - 25m$

$\iff 50m = 10 \iff \boxed{m = \frac{1}{5}}$

Réponse A : La pente de la droite cherchée qui partage la zone en deux aires égales vaut $m = \frac{1}{5}$.