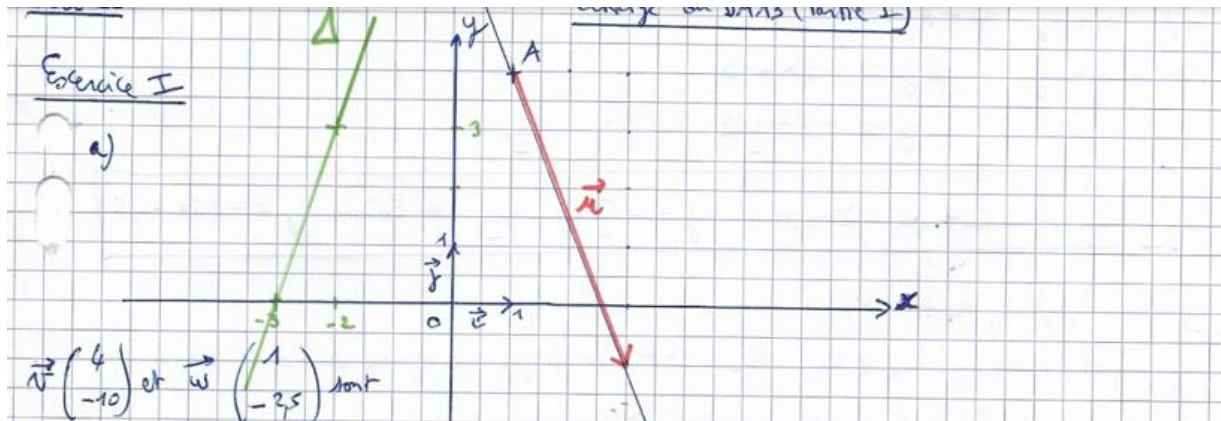


Exercice 0



Or, $A(1; 4)$ appartient à $\mathcal{D}$, donc en faisant $x=1$ et $y=4$ dans $(*)$, l'égalité est vérifiée (vraie) :

$$\begin{aligned} -5 \times 1 - 2 \times 4 + c &= 0 \\ -5 - 8 + c &= 0 \\ c &= 13. \end{aligned}$$

Une E.C de $\mathcal{D}$ est : $-5x - 2y + 13 = 0$.

Une autre E.C de $\mathcal{D}$ est : $5x + 2y - 13 = 0$

(on a multiplié par -1 chacun des 2 membres de la précédente égalité).

c) $B(61; -146)$.

Testons si pour $x=61$ et $y=-146$, l'égalité : $5x + 2y - 13 = 0$ est vraie ou fausse :

Or, si $x=61$ et $y=-146$, alors $5x + 2y - 13 = 5 \times 61 + 2 \times (-146) - 13 = 305 - 292 - 13 = 0$.

Ainsi, $B(61; -146)$ appartient à $\mathcal{D}$ puisque ses coordonnées vérifient une E.C de cette droite.

Par un procédé identique : pour $E(-100; 256,49)$: ici $x=-100$ et $y=256,49$

et $5x + 2y - 13 = 5 \times (-100) + 2 \times 256,49 - 13 = -500 + 512,98 - 13 = -0,02$.

Or $-0,02 \neq 0$ donc l'égalité $5x + 2y - 13 = 0$ n'est pas vérifiée par les coordonnées du point E : $E(-100; 256,49) \notin \mathcal{D}$.

$$d) 5x + 2y - 13 = 0$$

On va isoler y : $2y = -5x + 13$

$$y = \frac{-5x + 13}{2} = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$$

L'équation réduite de $\mathcal{D}$ est : $y = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$ ou encore $y = -2,5x + 6,5$

e) $G(-1; 6)$ et $H(2; -4)$.

Un que $-1 \neq 2$, $x_G \neq x_H$, donc (GH) n'est pas verticale et admet donc une équation réduite de la forme : $y = mx + p$.

Après le cours : $m = \frac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \frac{-4 - 6}{2 - (-1)} = \frac{-10}{3}$

Ainsi, $y = -\frac{10}{3}x + p$

de plus, $G(-1; 6) \in (GH)$, donc : $\underbrace{y_G}_{6} = -\frac{10}{3}x_G + p$

$$6 = -\frac{10}{3} \times (-1) + p$$

$$6 = \frac{10}{3} + p$$

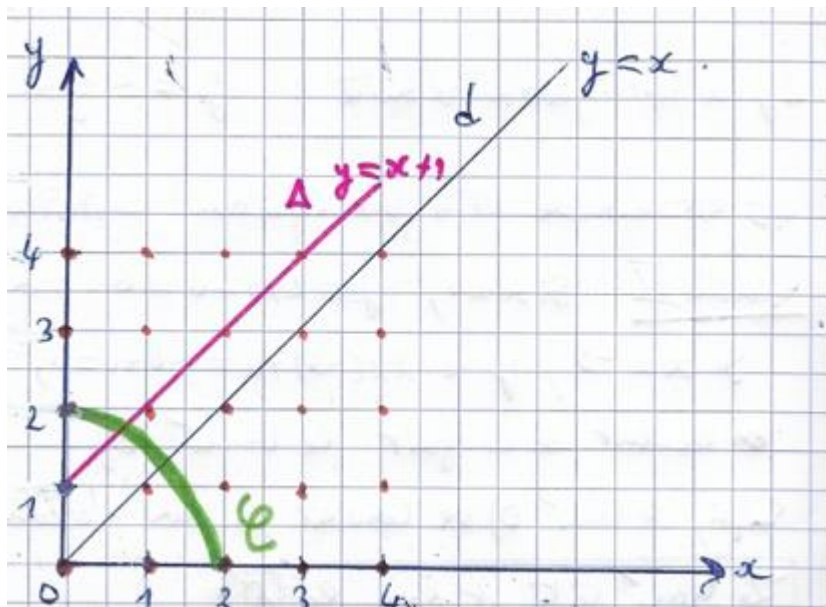
$$p = 6 - \frac{10}{3} = \frac{18}{3} - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$$

L'équation réduite de (GH) est : $y = -\frac{10}{3}x + \frac{8}{3}$

Exercice II

1)

$y \backslash x$	0	1	2	3	4
0	(0;0)	(1;0)	(2;0)	(3;0)	(4;0)
1	(0;1)	(1;1)	(2;1)	(3;1)	(4;1)
2	(0;2)	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(4;2)
3	(0;3)	(1;3)	(2;3)	(3;3)	(4;3)
4	(0;4)	(1;4)	(2;4)	(3;4)	(4;4)



2a) d contient 5 points à coordonnées entières comprises entre 0 et 4 inclus.

donc
$$P(A) = \frac{\text{nb d'élés favorables}}{\text{nb total d'élés}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = \boxed{0,2}$$

le tableau précédent fait apparaître 25 couples deux à deux distincts!

2b) Δ a pour équation: $y = x + 1$.

$(0;1); (1;2); (2;3); (3;4)$ sont les seuls points de Δ dont abscisse et ordonnée sont comprises entre 0 et 4 inclus: il y a donc 4 points favorables à la réalisation de l'événement B .

donc
$$P(B) = \frac{4}{25} = \boxed{0,16}$$

2c) Seuls 2 points $(0;2)$ et $(2;0)$ sont sur C avec une abscisse et ordonnée comprises entre 0 et 4. donc
$$P(C) = \frac{2}{25} = \boxed{0,08}$$

Exercice II

d_1 a pour équation réduite: $y = 1x + 2$ c'est à dire: $y = x + 2$

d_2 a pour équation réduite: $y = 0x - 2$ c'est à dire: $y = -2$.

d_3 a pour équation réduite: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$: Ici il faudrait s'assurer que le ordonnée à l'origine p est bien égal à $\frac{3}{2}$ par le calcul, car d_3 rencontre l'axe des ordonnées en un nombre non entier.

d_4 a pour équation réduite: $y = -\frac{1}{3}x$

d_5 est verticale et a pour équation: $x = 4$

Exercice III

L'ordonnée à l'origine est égale à 6 : on est donc dans le cas B ou bien E.

Le coefficient directeur est positif, donc la bonne réponse est la E.

Exercice IV

Exercice I

$$a) \begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$$

méthode de substitution

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 3x \\ 5x - 4(15 - 3x) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4(15 - 3x) = 8 \\ y = 15 - 3x \end{cases}$$

on isole la 1^{ère} ligne

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 \times 15 + 4 \times 3x = 8 \\ y = 15 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = 8 + 60 = 68 \\ y = 15 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{68}{17} = 4 \\ y = 15 - 3 \times 4 = 15 - 12 = 3 \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \{(4; 3)\}$$

Rq : dans la résolution du système, il faut conserver deux lignes du système tout au long des étapes.

$$b) \begin{cases} 9x + 8y = -60 \quad (L_1) \\ 12x - 7y = 450 \quad (L_2) \end{cases}$$

Ici, aucun des coefficients des x et y ne vaut 1 ou -1, donc on va procéder par la méthode de Combinaison.

Nous allons "éliminer" les y : 56 est un multiple commun à 8 et 7 : $8 \times 7 = 56$.

alors on multiplie par 7 (L_1) et par 8 (L_2) :

$$\begin{cases} 9x + 8y = -60 \\ 12x - 7y = 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(9x + 8y) = 7 \times (-60) \\ 8(12x - 7y) = 8 \times 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ 96x - 56y = 3600 \end{cases}$$

On remplace enfin la nouvelle ligne 2 du dernier système obtenu par $(L_1) + (L_2)$: $56y + (-56y) = 0$!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ (63x + 56y) + (96x - 56y) = -420 + 3600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 63x + 56y = -420 \\ 159x = 3180 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3180}{159} = 20 \\ 63 \times 20 + 56y = -420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 56y = -420 - 1260 = -1680 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{-1680}{56} = -30 \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \{(20; -30)\}$$

Exercice V

① Notons x la note obtenue à l'écrit, et y celle obtenue à l'oral :

$$\text{On a : } \begin{cases} \frac{6x+4y}{6+4} = 9 \\ \frac{4x+6y}{4+6} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6x+4y}{10} = 9 \\ \frac{4x+6y}{10} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+4y=90 \quad (\div 2) \\ 4x+6y=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=45 \\ 2x+3y=50 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{L_1 \times 3} \begin{cases} 9x+6y=135 \\ 4x+6y=100 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \times 2} \begin{cases} 9x+6y=135 \\ 8x+12y=200 \end{cases} \xrightarrow{L_2' = L_2 - L_1} \begin{cases} 9x+6y=135 \\ -4x+6y=65 \end{cases} \xrightarrow{L_2' \times (-1)} \begin{cases} 9x+6y=135 \\ 4x-6y=-65 \end{cases} \xrightarrow{L_2' + L_1} \begin{cases} 9x+6y=135 \\ 13x=70 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{70}{13} \approx 5.38 \\ 9x+6y=135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y = \frac{135-63}{6} = \frac{72}{6} = 12 \end{cases} \quad \cdot S = \{(7; 12)\}$$

Julia a eu 7 à l'écrit et 12 à l'oral.

② Soit x la longueur du rectangle initial, et y la largeur.
 Augmenter de 20% un nombre revient à le multiplier par 1,2
 Diminuer de 20% un nombre revient à le multiplier par 0,8.

$$\text{Donc : } \begin{cases} 2(x+y) = 20 \\ 2(1,2x+0,8y) = 20 \times 1,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10 \\ 1,2x+0,8y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 1,2x+0,8(10-x)=11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 1,2x+8-0,8x=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 0,4x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ x = \frac{3}{0,4} = 7,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7,5 \\ y=10-7,5=2,5 \end{cases}$$

$$\underline{S = \{(7,5; 2,5)\}}$$

Ce rectangle a pour dimensions initiales 7,5cm en longueur et 2,5cm en largeur.

Exercice VI

1) On a, pour tout réel x , $f(x) = ax+b$. On doit trouver la valeur de a et b sachant que $f(2)=0$ et $f(3)=6$.

On traduit ces données par le système suivant : $\begin{cases} 2a+b=0 \\ 3a+b=6 \end{cases}$ qui se résout instantanément ($L2 - L1$) et donne :

$a = 6$ et $b = -12$. $S = \{(6; -12)\}$. Donc $f(x) = 6x - 12$.

2) Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur, ici la droite d'équation $y = x - 2026$ a pour coefficient directeur $m = 1$.

Donc en notant (d) la parallèle à cette dernière droite passant par $C(2024 ; 2025)$, (d) a pour équation réduite : $y = x + p$.

$C(2024 ; 2025)$ appartient à (d) équivaut à dire que : $2025 = 2024 + p$, donc $p = 1$ et par suite (d) a pour équation réduite : $y = x + 1$.

Exercice VII

Def : aire figure 1 = $8 \times 8 = 64$
aire figure 2 = $5 \times 13 = 65$

Paradoxe les aires des deux figures ne sont pas égales, alors qu'elles sont composées des mêmes sous-figures A, B, C et D.

Si on calcule l'aire des triangles et des trapèzes dans la figure 2, on obtient 64 et non 65.

triangle A aire = 12
triangle B aire = 12
trapèze C aire = 20
trapèze D aire = 20

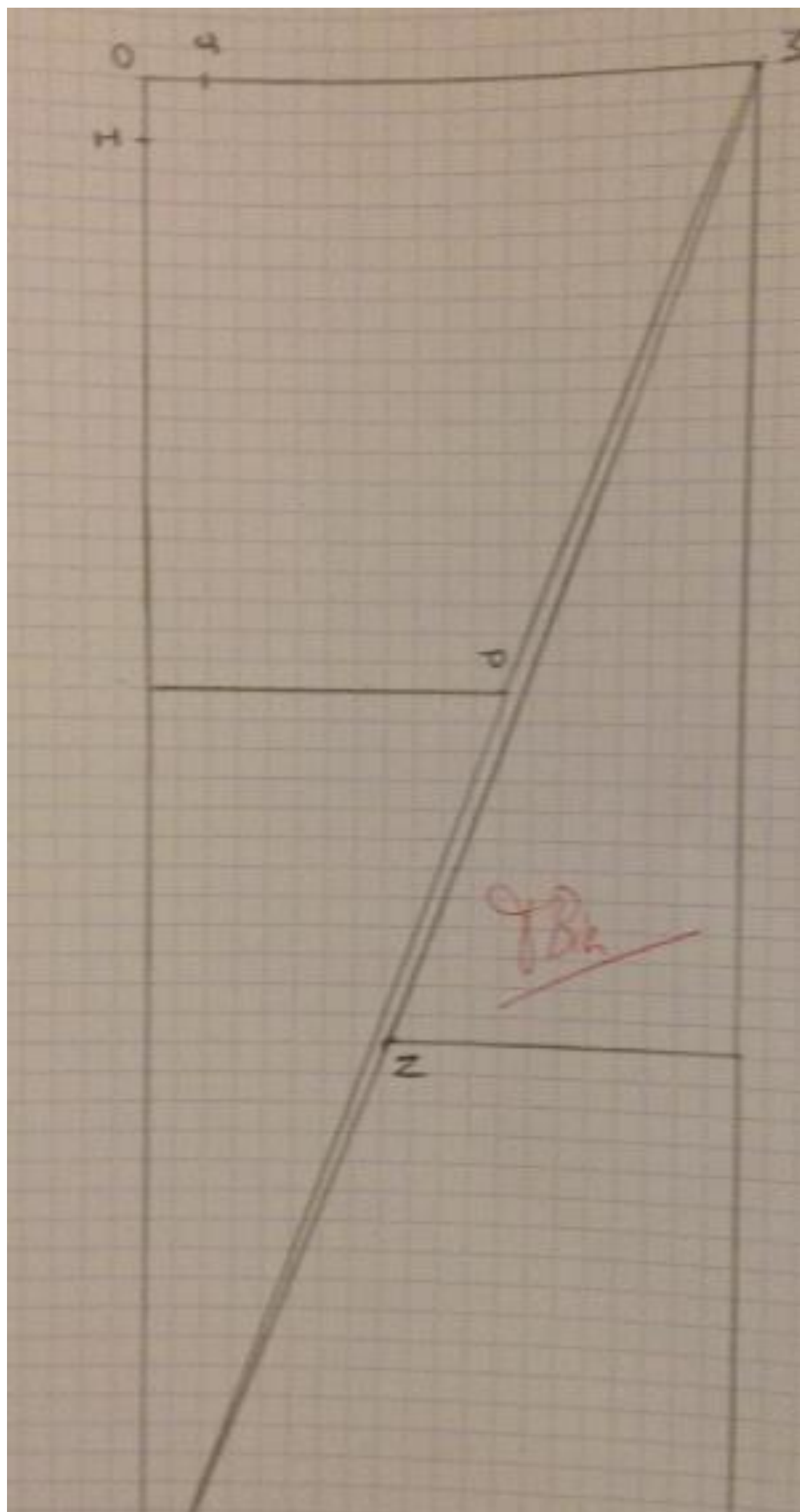
Pour comprendre il faut regarder la figure 2, on peut voir qu'il existe un espace entre les triangles et les trapèzes, il n'est pas visible dans l'énoncé car il est très petit.

Démonstration

On se place dans un repère (O, I, J)

$\vec{MN} = (x_v - x_u, y_v - y_u)$
 $= (1 - 16, 0 - 4)$
 $= (-15, -4)$

Re



$$\begin{aligned}\vec{MQ} &= (x_Q - x_M; y_Q - y_M) \\ &= (26 - 0; 0 - 10) \\ &= (26; -10)\end{aligned}$$

16	26
-6	-10

$$\begin{aligned}(-6) \times 26 &= -156 \\ 16 \times (-10) &= -160\end{aligned}$$

$$(-156) \neq (-160)$$

Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

$\vec{MQ}$ et $\vec{MN}$ ne sont pas ^{à l'échelle} proportionnels et donc pas colinéaires.

Les points M, Q, N ne sont donc pas alignés.

Cela explique l'espace entre les figures A, B, C et D.

Il ne s'agit donc pas d'un paradoxe mais d'un effet de vue !