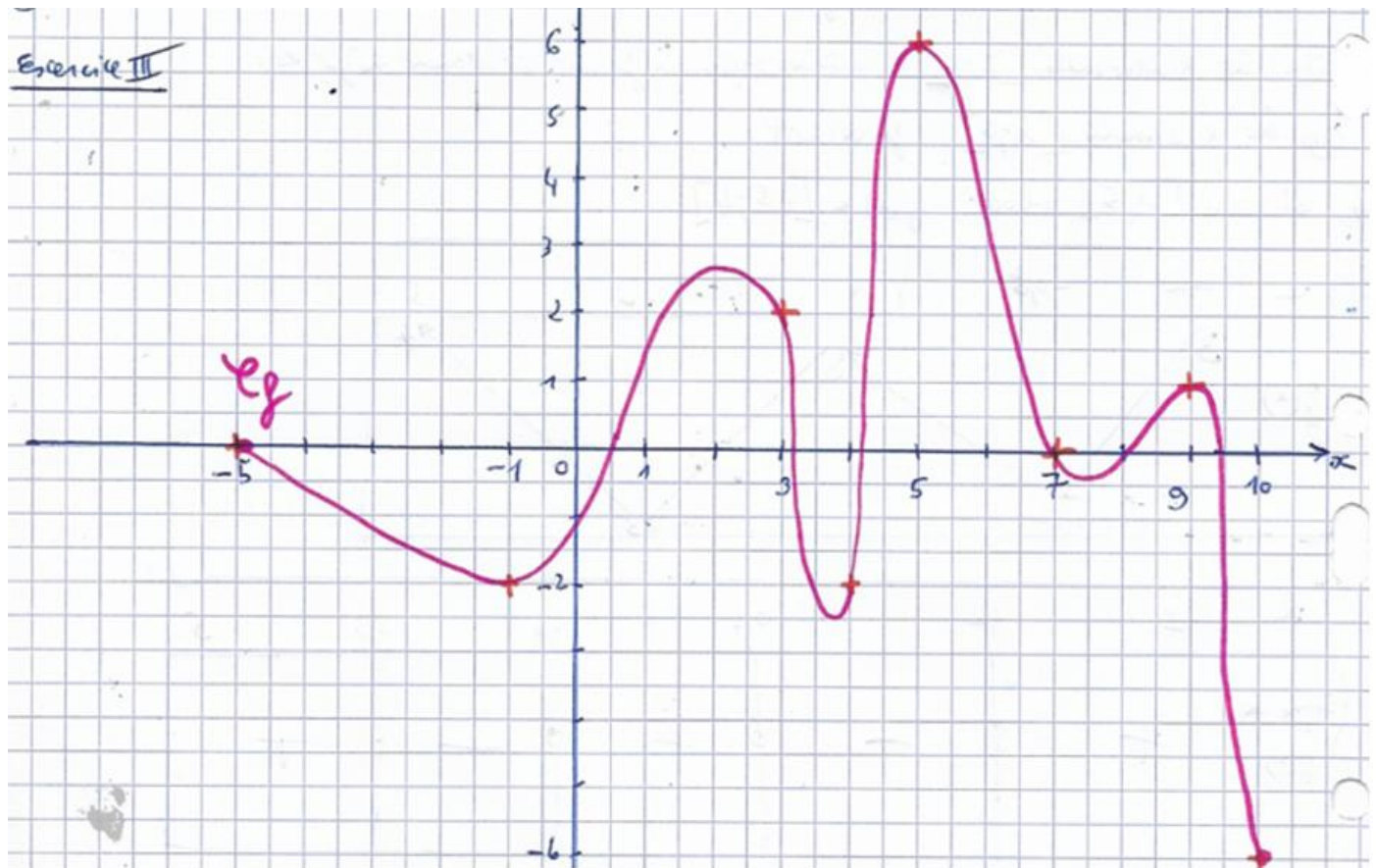
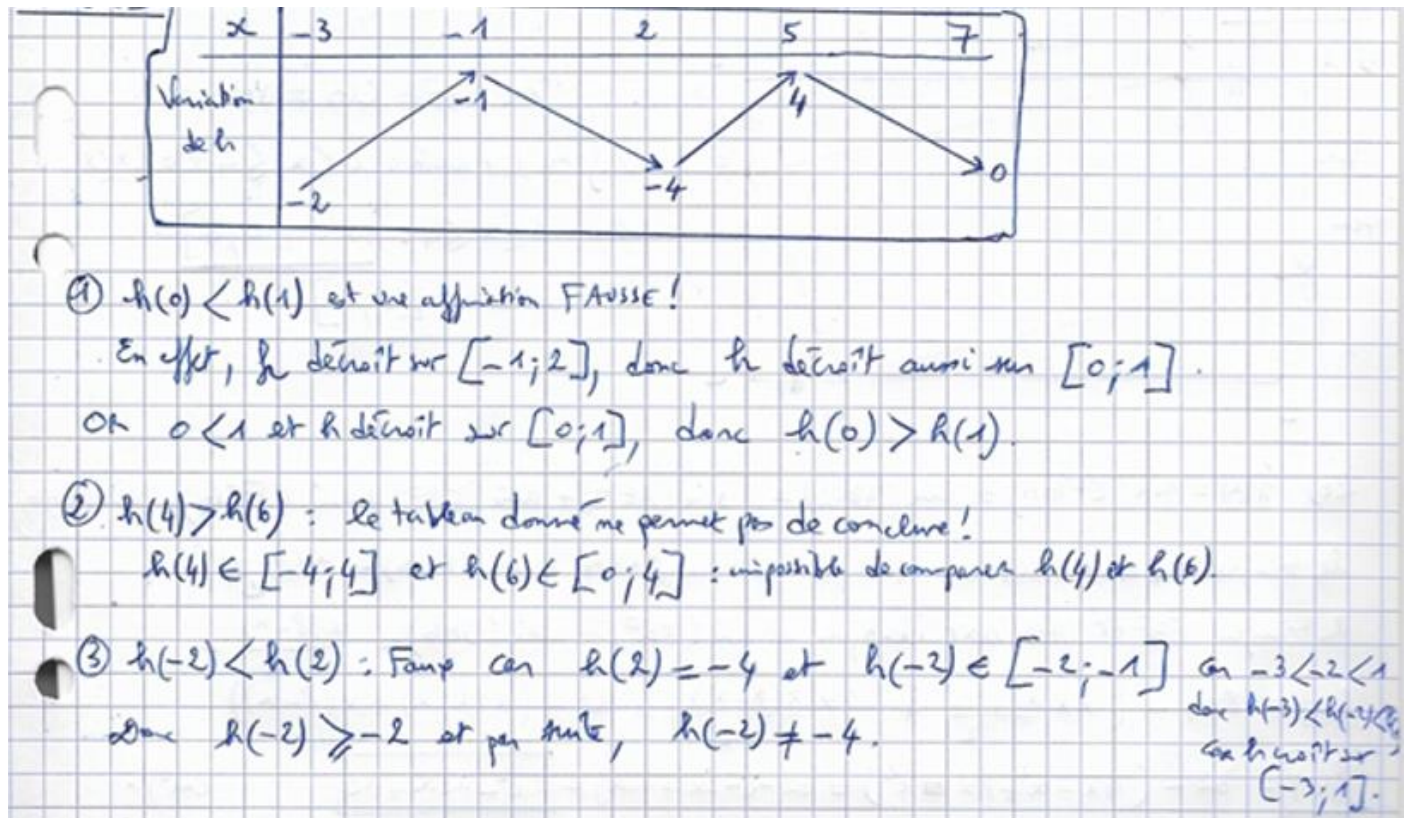


Exercice I



Le tableau de variation est immédiat.

Exercice II



④ $h(0,5) = h(1,5)$: Pas assez de renseignements du tableau pour pouvoir l'affirmer !!

⑤ Faux : le maximum de h sur $[-3;7]$ est égal à 4 (et ce maximum est atteint lorsque $x=5$)

⑥ Vrai!

↑ 4

Exercice III

a)  Parait sur $[1;4]$:

x	1	4
$p(x)$	2π	8π

 Rappel : $p(x) = 2\pi x$

b) à décrire sur $[1;4]$:

x	1	4
$a(x)$	24π	9π

$$a(1) = \pi \times 5^2 - \pi \times 1^2 = \pi(25-1) = 24\pi$$
$$a(4) = \pi \times 5^2 - \pi \times 4^2 = 25\pi - 16\pi = 9\pi$$

Exercice IV

1) facile... : le maximum de f sur $\mathbb{R}$ semble être égal à $\frac{1}{2}$.

2) Pour tout réel x , $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

$$\text{Donc } f(x) - \frac{1}{2} = \frac{x}{x^2+1} - \frac{1}{2} = \frac{2x}{2(x^2+1)} - \frac{(x^2+1)}{2(x^2+1)} = \frac{2x - (x^2+1)}{2(x^2+1)} = \frac{-x^2+2x-1}{2(x^2+1)}$$

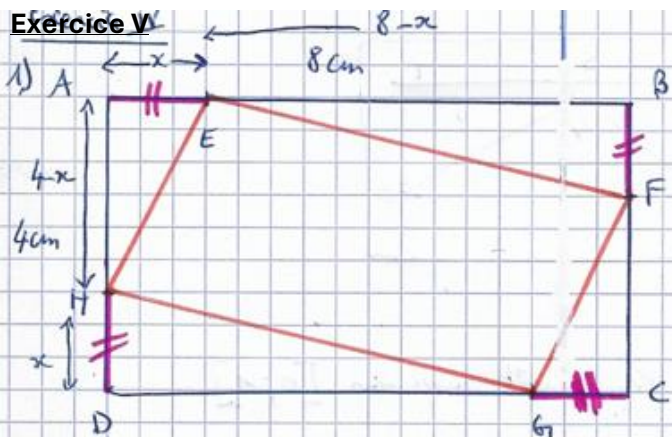
$$f(x) - \frac{1}{2} = \frac{-(x^2-2x+1)}{2(x^2+1)} = \frac{-(x-1)^2}{2(x^2+1)}$$

Or pour tout réel x , $(x-1)^2 \geq 0$; $2(x^2+1) > 0$ donc $\frac{-(x-1)^2}{2(x^2+1)} \leq 0$.

Par suite, pour tout réel x , $f(x) - \frac{1}{2} \leq 0$.

Comme $f(1) = \frac{1}{2}$, on a : $f(x) - f(1) \leq 0$, donc $f(x) \leq f(1)$: f admet donc pour maximum la valeur $\frac{1}{2}$ et ce maximum est atteint lorsque $x=1$.

Exercice V



$$AE = BF = CG = DH = x$$

2a) On doit avoir: $0 \leq x \leq 4$ et $0 \leq x \leq 8$

Donc $0 \leq x \leq 4$: $x \in [0; 4]$.

On pose $I = [0; 4]$.

$$2b) f(x) = \text{aire}(EFGH) = \text{aire}(ABCD) - (\text{aire}(AEH) + \text{aire}(EBF) + \text{aire}(FCG) + \text{aire}(DHG))$$

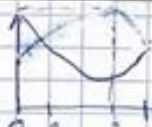
Les triangles AEH et FCG sont identiques et $\text{aire}(AEH) = \text{aire}(FCG) = \frac{x(4-x)}{2}$

Les triangles EBF et DHG sont identiques et $\text{aire}(EBF) = \text{aire}(DHG) = \frac{x(8-x)}{2}$

$$f(x) = 8 \times 4 - \left(2 \times \frac{x(4-x)}{2} + 2 \times \frac{x(8-x)}{2} \right) = 32 - (x(4-x) + x(8-x))$$

$$f(x) = 32 - (4x - x^2 + 8x - x^2) = 32 - (-2x^2 + 12x) = 2x^2 - 12x + 32 \quad (\text{cm}^2)$$

c) Sur $[0; 4]$, grâce à une calculatrice.



Conjecture: le minimum de f sur $[0; 4]$ semble être égal à 14 et atteint lorsque $x = 3$.

d) Par tout réel x appartenant à $[0; 4]$:

$$f(x) - f(3) = 2x^2 - 12x + 32 - 14 = 2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x-3)^2$$

Or, $(x-3)^2 \geq 0$ et $2 > 0$, donc, $2(x-3)^2 \geq 0$.

En suite, par tout réel x appartenant à $[0; 4]$, $f(x) - f(3) \geq 0$, donc $f(x) \geq f(3)$:

f a donc donc un minimum sur $[0; 4]$ atteint lorsque $x = 3$ et égal à $f(3) = 14$.

Lorsque $x = 3$ cm, l'aire de EFGH est minimale, et égale à 14 cm².