

Exercice I

$$1) \boxed{A} = -\frac{2}{5} + \frac{5}{18} = \frac{-2 \times 2}{9 \times 2} + \frac{5}{18} = \frac{-4}{18} + \frac{5}{18} = \frac{-4+5}{18} = \boxed{\frac{1}{18}}$$

$$\boxed{B} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{15}{4 \times 10} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2 \times 5} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

$$\boxed{C} = 2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 12}{1 \times 12} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{24}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \boxed{\frac{23}{12}}$$

$$D = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{5} - \frac{3 \times 5}{5 \times 4} = \frac{3}{5} - \frac{15}{20} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{15}{20} = \frac{12}{20} - \frac{15}{20}$$

$$\boxed{D} = \boxed{\frac{-3}{20}}$$

$$E = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{7}\right) = \left(\frac{2 \times 7}{3 \times 7} + \frac{5 \times 3}{7 \times 3}\right) \times \left(\frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{5 \times 3}{7 \times 3}\right)$$

$$\boxed{E} = \left(\frac{14}{21} + \frac{15}{21}\right) \times \left(\frac{14}{21} - \frac{15}{21}\right) = \frac{29}{21} \times \frac{(-1)}{21} = \frac{-29}{21^2} = \boxed{\frac{-29}{441}}$$

Autre méthode pour E: $E = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right) \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{7}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{25}{49}$

de type $(a+b)(a-b)$ avec $a = \frac{2}{3}$ et $b = \frac{5}{7}$

et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$\boxed{E} = \frac{4 \times 49}{9 \times 49} - \frac{25 \times 9}{49 \times 9} = \frac{196 - 225}{441} = \boxed{\frac{-29}{441}}$$

2) $a = \frac{2}{3}$; $b = -\frac{3}{2}$; $c = -\frac{3}{4}$. Rappel: $\frac{x}{y} \div \frac{z}{t} = \frac{x}{y} \times \frac{t}{z}$.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{3}{2}} + \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{3}{4}} + \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{(-3)} + \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{-4}{9} + \frac{3 \times 4}{2 \times 3} - \frac{9}{8} = \frac{-4}{9} + \frac{2}{1} - \frac{9}{8} = \frac{-4 \times 8}{9 \times 8} + \frac{2 \times 72}{1 \times 72} - \frac{9 \times 9}{8 \times 9}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}} = \frac{-32}{72} + \frac{144}{72} - \frac{81}{72} = \frac{-32+144-81}{72} = \boxed{\frac{31}{72}}$$

3) $A = -2(5x+4)$. Propriété: pour tous réels a, b et λ : $\lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b$.

$$A = -2 \times 5x + (-2) \times 4$$

$$A = -10x - 8$$

$$B = -(3x-1) - (-x+7)$$

$$B = -3x+1+x-7 = -3x+x+1-7 = -2x-6$$

$$C = (3x-5)(x-3)$$

$$C = 3x \times x - 3x \times 3 - 5x + 5 \times 3$$

$$C = 3x^2 - 9x - 5x + 15$$

$$C = 3x^2 - 14x + 15$$

$$D = (3x+4y)(x+y)$$

$$D = 3x \times x + 3x \times y + 4y \times x + 4y \times y$$

$$D = 3x^2 + 3xy + 4yx + 4y^2$$

car $xy = yx$, donc $D = 3x^2 + 3xy + 4xy + 4y^2$

$$D = 3x^2 + 7xy + 4y^2$$

$$E = 2a(a^2+a)$$

$$E = 2a \times a^2 + 2a \times a$$

$$E = 2a^3 + 2a^2$$

4) Si $x = -1$, alors $2x^2 + 3x + 1 = 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 1 = 2 \times 1 - 3 + 1 = \underbrace{2-3+1}_{=0} = 0$

Donc -1 est bien solution de l'équation: $2x^2 + 3x + 1 = 0$.

5) Prenons $x = 5$ et $y = 6$: $x < y$ car $5 < 6$

L'opposé de x est $-x = -5$, l'opposé de y est $-y = -6$.

Or $-5 > -6$, donc l'affirmation est fautive. (On a trouvé un contre-exemple qui montre que cette affirmation est fautive).

Exercice II

$$A = 24x + 8 = 8 \times 3x + 8 \times 1 = 8(3x+1) \quad (\text{Propriété: } \lambda \times a + \lambda \times b = \lambda(a+b))$$

$$B = 5x^2 - x = 5x \times x - x \times 1 = x(5x-1)$$

$$C = (2x+3)(x+1) + (2x+3)^2$$

$$C = \underbrace{(2x+3)(x+1)}_{\text{Facteur commun}} + \underbrace{(2x+3)(2x+3)}$$

$$C = (2x+3)(x+1+2x+3)$$

$$C = (2x+3)(3x+4)$$

$$D = 28xy - 4x - 21y + 3$$

$$D = \underbrace{4x \times 7y - 4x \times 1}_{-} - \underbrace{3 \times 7y + 3 \times 1}_{+}$$

$$D = 4x(7y-1) - 3(7y-1) : \text{ici apparaît un facteur commun : } 7y-1$$

$$D = (7y-1)(4x-3)$$

$$2) E = 10 - 10^2 + 10^{-1} + 10^{-2}$$

$$E = 10 - 100 + 0,1 + 0,01$$

$$E = -90 + 0,11$$

$$E = -89,89$$

Exercice III

A- Ecrivons tous les entiers strictement supérieurs à 2025 à l'aide des chiffres constituant 2025 :

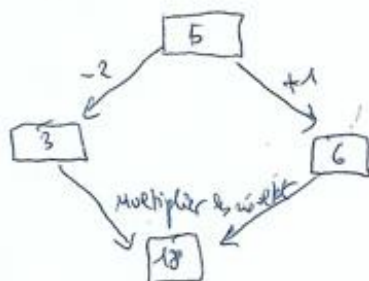
2052 ; 2205 ; 2250 ; 2502 ; 2520 ; 5022 ; 5202 ; 5220 : ils sont donc au nombre de 8.

B- Dans le pire des scénarii, on extrait d'abord toutes les cartes qui ne sont pas des piques (24 cartes), et ensuite les 3 suivantes seront des piques, donc il faut piocher au minimum 27 cartes pour être sûr d'en avoir au moins 3 qui sont des piques.

Exercice IV

Partie A

1)



$$\text{Résultat final} = (5-2)(5+1) = 3 \times 6 = 18$$

2) Si on prend on départ $-\frac{3}{2}$:

$$\text{Ensuite on aura : } \left(-\frac{3}{2} - 2\right) \times \left(-\frac{3}{2} + 1\right) = \left(-\frac{3}{2} - \frac{4}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2} + \frac{2}{2}\right) = -\frac{7}{2} \times \frac{-1}{2} = \frac{7}{4}$$

Partie B

a) x choisi au départ.

$$\text{Résultat final} = (x-2)(x+1)$$

b) On veut que $(x-2)(x+1) = 0$.

D'après le théorème du produit nul, cela revient à dire que : $x-2=0$ ou $x+1=0$
c'est à dire : $x=2$ ou $x=-1$.

-1 et 2 sont les deux choix possibles au départ pour obtenir 0 comme résultat final.

c) Soit x un nombre choisi au départ.

D'après la question a), on veut que : $\underbrace{(x-2)(x+1)}_{\substack{\text{nombre} \\ \text{obtenu} \\ \text{au résultat final}}} = \underbrace{x^2}_{\substack{\text{carré du nombre de} \\ \text{départ}}}$

On développe : $x^2 + x - 2x - 2 = x^2$

$$x - 2x - 2 = 0 \quad (\text{on a simplifié par } x^2 \text{ à gauche et à droite})$$

$$-x - 2 = 0$$

$$x = -2$$

-2 est le nombre à choisir au départ pour obtenir à l'arrivée $(-2)^2 = 4$.

Exercice V



$$AC = 36 \text{ cm}$$

$$BD = 48 \text{ cm}$$

Rappel : les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Un losange a ses quatre côtés de même longueur.

Soit p le périmètre du losange.

On a : $p = 4 \times AB$ d'après le point 1).

Soit I le point d'intersection des diagonales du losange $ABCD$: d'après le point 1) rappelle le triangle IAB est rectangle en I , avec : $\left\{ \begin{array}{l} IA = \frac{AC}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm} \\ IB = \frac{BD}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm} \end{array} \right.$ (appel point 1)

donc d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle IAB rectangle en I on a :

$$AB^2 = IA^2 + IB^2$$

$$AB^2 = 18^2 + 24^2 = 324 + 576 = 900$$

$$\text{donc } AB = \sqrt{900} = 30 \text{ cm.}$$

Par suite, $p = 4 \times 30 = 120 \text{ cm}$.

Le losange $ABCD$ a donc pour périmètre 120 cm .

Exercice VI

Par données, une seule affirmation dit vraie, donc quatre disent faus.

Supposons que l'or soit dans le coffre 1 (on fait un raisonnement par l'absurde) :

Alors l'affirmation n°1 sur le coffre 1 serait vraie, (puisque le coffre contient l'or a son affirmation vraie), donc l'or serait en ② ou en ③ : IMPOSSIBLE, car deux coffres contiendrait de l'or !

donc l'or n'est pas dans le coffre ①, par suite, l'affirmation n°1 sur le coffre 1 est fautive, donc son contraire est vrai, à savoir l'or n'est ni dans le coffre ② ni dans le coffre ③. (*)

Il ne reste que les coffres ④ et ⑤ qui peuvent contenir l'or.

Si l'or était dans le coffre n°4, alors l'affirmation n°4 sur le coffre ④ serait vraie, donc le nickel serait en ③, et donc l'affirmation n°3 sur le coffre ③ serait vraie et donc l'or serait en ① ce qui est impossible (déjà vu en (*)).

donc l'or n'est pas dans le coffre ④.

Par suite, l'or est dans le coffre ⑤ et l'affirmation ⑤ est vraie,

L'affirmation ③ est fautive, donc le Bronze est dans le coffre 3.

→ donc l'Argent dans le coffre ④.

