

Partie I : Statistiques descriptives

Lorsqu'on a un relevé de valeurs, on dit qu'on dispose d'une série statistique.

Par exemple, on relève les notes des 18000 élèves ayant passé l'épreuve anticipée de français du baccalauréat en 2025 dans l'académie d'Aix-Marseille. Cette donnée brute n'est, à elle seule, pas du tout lisible et encore moins interprétable.

Les statistiques descriptives vont permettre, à l'aide d'indicateurs que l'on va définir, de fournir des éléments qui rendent intelligibles ces valeurs.

Vocabulaire : Une population est un ensemble dont les éléments sont appelés les
Le nombre total d'individus d'une population donnée est appelé de cette population.

Contrairement à ce que pourrait laisser penser la définition, une population n'est pas nécessairement formée d'entités vivantes !

Exemple : Les élèves de seconde du lycée Benoît forment une population d'effectif 315.

L'élève B.G de seconde 1 est un individu de cette population.

Les 15 stylos de ma trousse forment une population d'effectif égal à

Résumé : Cadre général : Série statistique

Valeurs (x_i)	x_1	x_2	x_3	...	x_p
Effectifs (n_i)	n_1	n_2	n_3	...	n_p

L'effectif total est : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$.

Exemple 1

Des élèves ont obtenu les notes suivantes : on dispose de six séries statistiques.

Pour chacune d'entre-elles, calculer la moyenne :

Elève A : 8 - 7 - 10 - 14 - 12 - 9

Elève B : 9 - 9,5 - 10 - 10,5 - 10,5 - 10,5

Elève C : 10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10

Elève D : 0 - 0 - 0 - 20 - 20 - 20

Elève E : 5 - 9 - 15 - 4 - 11 - 16

Elève F : 10

Qu'en déduisez-vous concernant la moyenne d'une série statistique ?

Nous allons introduire un indicateur chiffré qui va permettre de se faire une bonne idée de la dispersion des valeurs prises par la série statistique autour de sa valeur moyenne.

Cet indicateur est appelé l'écart-type de la série statistique :

Définitions

Considérons la série statistique suivante :

Valeurs (x_i)	x_1	x_2	x_3	...	x_p
Effectifs (n_i)	n_1	n_2	n_3	...	n_p

L'effectif total est : $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_p$.

Hearts

La moyenne de la série, notée en général \bar{x} est : $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_kx_k}{N}$.

$$V = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{N}$$

L'écart type, noté σ , est alors : $\sigma = \sqrt{V}$

Exercise 0

Calculer la moyenne, puis la variance et enfin l'écart-type de l'élève G :

Exemple : Elève G

Notes (x_i)	7	10	4	2	14
coefficients (n_i)	2	2	1	1	5

Calculer une moyenne etc. peut se faire beaucoup plus rapidement à l'aide d'une machine ou d'un ordinateur, à l'aide de ce qu'on appelle un algorithme.

Propriété: La variance est la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne :

$$V = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

Démonstration :
$$\begin{aligned} V &= \frac{n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + n_p(x_p - \overline{x})^2}{N} \\ &= \frac{n_1(x_1^2 - 2x_1\overline{x} + \overline{x}^2) + n_2(x_2^2 - 2x_2\overline{x} + \overline{x}^2) + \cdots + n_p(x_p^2 - 2x_p\overline{x} + \overline{x}^2)}{N} \\ &= \underbrace{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \cdots + n_px_p^2}{N}}_{\overline{x^2}} - 2\overline{x} \underbrace{\frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{N}}_{\overline{x}} + \overline{x}^2 \underbrace{\frac{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}{N}}_{\frac{N}{N}=1} \\ &= \overline{x^2} - 2\overline{x} \times \overline{x} + \overline{x}^2 \\ &= \overline{x^2} - \overline{x}^2 \end{aligned}$$

Exercice 1 Le tableau suivant donne les tailles de 34 élèves d'une classe.

taille(cm)	151	152	155	160	165	170	172	176	180	186	188
effectif	1	2	3	4	5	4	6	3	3	2	1

Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

⤷

Propriété: Propriétés de la moyenne.

- Si $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ sont les moyennes des deux sous groupes d'effectifs respectifs n_1 et n_2 , alors la moyenne de l'ensemble est

$$\overline{x} = \frac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2}}{n_1 + n_2}$$

- La moyenne de la série des valeurs $ax_i + b$ est $a\overline{x} + b$.

Exercice 2 Dans une classe de 35 élèves, la moyenne des 20 filles de la classe est de 13. La moyenne des garçons est de 11. Quelle est la moyenne de la classe ?

Exercice 3 Un relevé de température (très précis) a donné les valeurs, en degré Celsius :

$$37,2408 - 37,2407 - 37,2410 - 37,2414 - 37,2412 - 37,2409.$$

1. Calculer (sans calculatrice!) la moyenne de ces valeurs.
2. On convertit les degrés Celsius en degrés Kelvin en ajoutant 273,15 à la température en degrés Celsius. Calculer la moyenne, en degré Kelvin, des températures précédentes.

⤷

Indicateurs de position

On considère une série statistique d'effectif total N .

- La **médiane** M_e est une valeur qui partage la série ordonnée en deux séries de même effectif.

Si N est impair, $N = 2p + 1$, alors la médiane est la $(p + 1)^{\text{ème}}$ valeur de la série ordonnée.

Si N est pair, $N = 2p$, alors la médiane est la moyenne de la $p^{\text{ème}}$ et de la $(p + 1)^{\text{ème}}$ valeur.

- Le **premier quartile** Q_1 est la plus petite valeur de la série telle que 25 % des valeurs (un quart) de la série lui soient inférieures.

Le **troisième quartile** Q_3 est la plus petite valeur de la série telle que 75 % des valeurs (les trois quarts) de la série lui soient inférieures.

- De même avec les déciles (D_1 avec 10 %, D_9 avec 90 %) et les centiles (C_1 avec 1 % ; ...).

Définition: Caractéristiques de dispersion

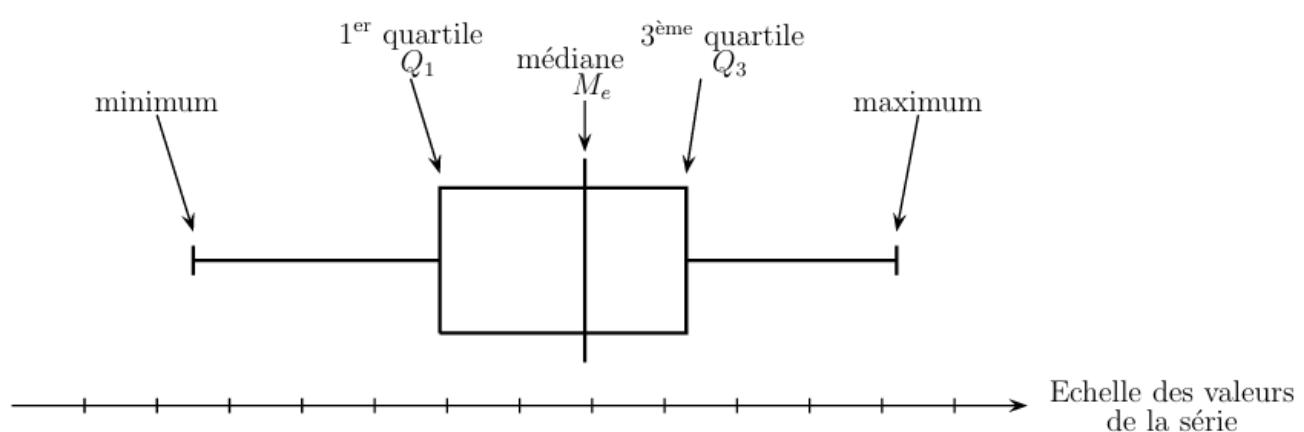
- L'**étendue** d'une série est la différence entre sa plus grande et sa plus petite valeur.
- L'**écart inter-quartile** est la différence entre le troisième et le premier quartile : $Q_3 - Q_1$.

Exercice Donner la médiane, l'étendue, les quartiles et l'écart inter-quartile des notes de l'élève G.

Notes (x_i)	7	10	4	2	14
coefficients (n_i)	2	2	1	1	5

Exercice

Diagrammes en boîte (boîtes à moustaches) On peut alors représenter les données de la série statistique par un diagramme en boîte, aussi connu sous le nom de "boîte à moustaches" :



Faire ci-dessus la boîte à moustache de l'élève G.

Exercice 4 Le tableau suivant donne les notes des élèves d'une classe.

Elèves	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
Notes	15	10	12	8	10	18	12	8	8	15	10	8	6	18	12	8	12

On ordonne la série :

Notes x_i																	
Effectifs n_i																	
Effectifs cumulés croissants																	

L'effectif total de la série : $N = \dots$

La médiane de la série : $M_e = \dots$

Les 1^{er} et 3^{ème} quartiles sont : $Q_1 = \dots$, $Q_3 = \dots$

L'étendue de la série est : \dots

L'écart inter-quartile est : \dots

Tracer le diagramme en boîte de cette série.

Exercice 5 On compare les températures moyennes (en ° C) de chaque mois de l'année pour deux communes de Haute-Savoie situées à 1000 m d'altitude : Chamonix et La Clusaz.

Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chamonix	1,5	4	7,5	12	15,5	20	23	22	19	14	6,5	2
La Clusaz	2,5	3,5	6	9,5	14	17	20,5	20,0	17	13	7	3,5

Déterminer pour ces deux communes la médiane et les quartiles des températures.

Tracer ensuite les diagrammes en boîte de ces deux séries en utilisant la même échelle, de manière à pouvoir les comparer.

→

Partie II : Information chiffrée

Introduction : Les notions de pourcentage et de proportion sont omniprésentes dans la vie quotidienne.

Voici quelques exemples : les océans occupent les $\frac{2}{3}$ de la surface terrestre.

59 % des bacheliers ont eu une mention au baccalauréat en 2025.

I – Notion de proportion et de pourcentage

Définition

On appelle sous-population d'une population E toute partie A formée de certains d'individus de E : A est incluse dans E !

Illustration ensembliste :

Exemple : Notons E la population formée par les élèves de seconde du lycée Benoît à la rentrée 2025, et A les élèves de seconde du lycée qui sont externes : A est une sous-population de E.

Les 4 stylos bleus de ma trousse constituent une sous-population des 15 stylos de ma trousse.

Exercice 6

Le tableau ci-dessous donne une estimation de la répartition de la population française au 01/01/2019, par sexe et groupe d'âge.

	<i>Femmes</i>	<i>Hommes</i>	<i>Total</i>
<i>Moins de 20 ans</i>	7897148	8260779	16158197
<i>De 20 à 64 ans</i>	19072541	18348624	37421165
<i>65 ans et plus</i>	7628209	5785128	13413337
<i>Population totale</i>	34598168	32394531	66992699

a) Combien d'individus la population totale comprend-elle de personnes ?

b) Comment se nomme le groupe d'individus formé par les jeunes de moins de 20 ans ? Quel est son effectif ?

c) Quelle est la proportion du groupe formé par les jeunes de moins de 20 ans au sein de la population totale ?

d) On s'intéresse maintenant au groupe formé par les personnes de 20 à 64 ans. Trouver la proportion de femmes au sein de ce groupe.

×-----

Définition 1

Soit E une population de référence (ensemble E) contenant N éléments, et A une sous-population de E d'effectif n .

La proportion (notée p) des éléments de A parmi ceux de E est égale au quotient..... : ❤ $p =$ ❤

Remarque : une proportion p n'a pas d'unité et pour ce réel p on a toujours l'encadrement suivant :

.....

Bien souvent, et afin de rendre l'information chiffrée plus parlante, on exprimera, **sous forme de pourcentage** une proportion : cela permet de se faire une meilleure idée de ce que représente cette proportion.

Rappel : Comme son nom l'indique, pourcent peut être décomposé en les termes : pour un nombre de 100 ou encore par tranche de 100, ou encore : ramené à un effectif de référence égal à 100, dans des proportions égales.

Par exemple : 30 % de mon budget sert à payer mon loyer signifie qu'à chaque tranche de 100€ perçue de mon salaire, je donne 30€ pour payer mon loyer.

Exercice 7

Dans une revue de 180 pages, il y a 52 pages de publicité.

Quel pourcentage les pages de publicité occupent-elles dans cette revue ?

Définition 2

Avec les mêmes notations que celles de la définition 1, la proportion p d'individus du groupe A parmi ceux de E peut être exprimée en pourcentage noté t .

On a donc : $p = \frac{n}{N} = \frac{t}{100}$, et donc : $t = \dots$

Exemples célèbres

La moitié d'une quantité correspond à% de cette quantité.

Le quart, respectivement les trois quarts d'une quantité correspondent respectivement à % de cette quantité (respectivement % de cette quantité).

Rappel : Appliquer un pourcentage :

Exercice 8

Dans un lycée de 1250 élèves, 34 % des élèves sont externes. Quel est le nombre d'élèves externes de ce lycée ?

Règle 1

Pour calculer x % d'un nombre A donné, il suffit de faire le calcul :



II – Notion de proportion de proportion et de pourcentage de pourcentage

Exemple d'introduction

14600 véhicules ont franchi un péage autoroutier le 30 Août 2025.

85 % des véhicules étaient des voitures, et 60 % de ces voitures étaient munies d'un badge de télépaiement.

- Combien de voitures se sont présentées à ce péage en ce jour ?
- Calculer le nombre de voitures munies d'un badge de télépéage.
- En déduire la proportion, exprimée en pourcentage, de voitures munies d'un badge de télépéage par rapport à l'ensemble des véhicules.
- Calculer $14600 \times \frac{85}{100} \times \frac{60}{100}$. En déduire une autre manière de calculer la proportion demandée à la question c).
- 70 % des véhicules qui ne sont pas des voitures étaient munis d'un badge de télépéage.

Déterminer le pourcentage que représentent ces véhicules (qui ne sont pas des voitures) munis d'un badge par rapport à la population totale étudiée.

Propriété

On considère un ensemble E ayant N éléments. Soit A une partie de E , et B une partie de A .

On note p_A la proportion des éléments de A dans E , et p_B la proportion des éléments de B dans A .

Alors, la proportion des éléments de B dans E est égale à

Exemple

60 % des élèves d'un lycée sont des filles. Parmi ces filles, 34 % sont externes.

Déterminer quel pourcentage représente le groupe des filles externe dans ce lycée.

Sachant qu'il y a 1500 élèves au lycée, déterminer le nombre de filles externe de ce lycée.

➤-----

Exercice 9

Calculer mentalement : a) 20 % de 80 % b) 90 % de 12 %.

➤-----

III – Taux d'évolution

Définition

Une évolution fait passer la valeur initiale notée V_i d'une quantité à une valeur finale notée V_f .

La variation absolue entre V_i et V_f est égale au nombre :

Cette dernière a donc la même unité que la quantité étudiée.

Exemple

Le prix du baril de pétrole au 01/10/2018 était de 73,68 \$.

Au 01/01/2019, le prix du baril était de 46,82 \$.

Déterminer la variation absolue du prix du baril de pétrole entre ces deux dates. Constat ?

Propriété

Lorsque la variation absolue d'une quantité est, la valeur de la quantité

Lorsque la variation absolue d'une quantité est, la valeur de la quantité

Définition du taux d'évolution d'une quantité

Une évolution fait passer la valeur initiale notée V_i d'une quantité à une valeur finale notée V_f .

La variation relative de V_i à V_f que l'on notera t , est égale au quotient :

Le nombre $\heartsuit\heartsuit\heartsuit p = \dots\heartsuit\heartsuit\heartsuit$ est appelé **le pourcentage d'évolution** de V_i à V_f .

Exemple

Quelques jours après la rentrée, le nombre d'élèves d'une classe passe de 32 à 34. Déterminer le pourcentage d'évolution du nombre d'élèves de cette classe.

➤-----

Remarques : Si $t > 0$, une variation de taux t correspond à

Si $t < 0$, une variation de taux t correspond à

L'intérêt des taux d'évolutions, contrairement aux variations absolues, est de permettre de comparer des évolutions dans des situations différentes.

Exercice 10

Le prix d'un article passe de 168€ au 01/01/2025 à 160€ au 01/06/2025.

Déterminer le pourcentage d'évolution de ce prix entre ces deux dates.

➤-----

Exercice 11

Le tableau ci-dessous donne les espérances de vie à la naissance pour des individus nés en France en l'an 2000 et en l'an 2015.

<i>Année de naissance</i>	<i>Hommes</i>	<i>Femmes</i>
2000	75,3	82,8
2015	79	85,1

Comparer les taux d'évolution de l'espérance de vie des hommes et celui des femmes entre ces années.

➤-----

IV – Coefficient multiplicateur lié à une évolution

Définition

Le nombre par lequel il faut multiplier une valeur initiale V_i pour obtenir sa valeur finale V_f est appelé **coefficient multiplicateur** et noté CM .

On a donc : = ou encore : $CM = \dots$

Schéma fondamental :

Exercice 12

Le prix d'un article passe de 36€ à 37,50€. Déterminer le coefficient multiplicateur associé à cette évolution de prix.

Déterminer le pourcentage p d'évolution de ce prix. Conclusion ?

Propriété

Soit t le taux d'évolution d'une valeur V_i à une valeur V_f , et CM le coefficient multiplicateur qui permet de passer de V_i à V_f .

On a la relation suivante :

三

Preuve :

Ainsi les notions de taux d'évolution et coefficients multiplicateur sont étroitement liées !

Exercice 13

Un pantalon a un prix de 95€, et une chemise un prix de 70€.

Le prix du pantalon augmente de 7 %, et celui de la chemise diminue de 6 %.

Déterminer le coefficient multiplicateur associé à chacune de ces variations.

Calculer le prix du pantalon et celui de la chemise après ces changements de prix.

Réflexe: Pour une augmentation, on

♥♥♥♥ Règle fondamentale ♥♥♥♥

1) Augmenter de $a\%$ une grandeur Q , revient à multiplier Q par :

Exemples mentaux :

Augmenter de 10 % un prix revient à.....

Diminuer de 30 % un prix revient à

Multiplier un prix par 1.32 revient à

Multiplier un prix par 0.79 revient à.....

Multiplier par 2 un prix revient à.....

Exercice 14

Compléter le tableau suivant en écrivant le calcul que vous avez fait à chaque fois.

Prix initial	Prix final	Pourcentage de variation	Coefficient multiplicateur
110 €		-18 %	
	47 €	+28,2 %	
850 €			1,915
	100 €		0,546
20 €	23 €		
120 €	105 €		

><-----

Exercice 15

En France, le taux de la *TVA* (taxe de valeur ajoutée) est un impôt dont le taux est égal à 20 %.

Ce dernier s'applique sur le prix hors taxe (*HT*) à la majorité des articles achetés, et on obtient le prix final de l'article appelé prix *TTC* (toutes taxes comprises), c'est-à-dire ce que vous payez lors de l'achat d'un article !

- Le prix hors taxe d'un véhicule est 19500€. Déterminer le prix *TTC* de ce véhicule.
- Le prix d'un voyage est de 2300€ *TTC*. Déterminer le prix hors taxe de ce voyage.

><-----

V- Evolutions successives**Exemple**

Un article coûtait 100€ au mois de Septembre. Son prix augmente une première fois de 20 % au mois d'Octobre.

Le mois suivant, le prix de cet article augmente encore de 10 %.

Déterminer le prix de l'article au mois de Novembre, ainsi que le pourcentage d'évolution de ce prix entre Septembre et Novembre. Le résultat vous surprend-il ?

Déterminer une relation entre les nombres C_1 , C_2 et C_3 qui désignent respectivement le coefficient multiplicateur du prix de Septembre à Octobre, celui d'Octobre à Novembre et enfin celui de Septembre à Novembre.

><-----

Propriété

♥♥ Pour deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs respectifs CM_1 et CM_2 , l'évolution globale a pour coefficient multiplicateur global le nombre CM , avec : $CM =$ ♥♥

Illustration et justification :

Exemple

Auguste est ravi : il a bénéficié de deux réductions successives pour l'achat d'un ordinateur : 30 % de solde d'été, et 10 % supplémentaire obtenus en caisse grâce à sa carte de fidélité.

Auguste affirme avoir bénéficié d'une réduction de 40 % : qu'en pensez-vous ?

❖ On n'additionne pas les taux d'évolutions. Par contre, on multiplie les coefficients multiplicateurs pour connaître le coefficient multiplicateur global associé à cette suite d'évolutions.

Exercice 16

Le prix d'un article augmente de 10 % puis diminue de 10 %.

Son prix final est-il égal à son prix initial ? Justifier.

❖-----

Exercice 17

La valeur en € d'une action subit les variations suivantes en une semaine :

Lundi : +2 % ; Mardi : + 4% ; Mercredi : -5 % ; JEUDI +3% ; Vendredi : - 6 %.

Déterminer si au cours de cette semaine l'action s'est appréciée (= a gagné de la valeur) ou si elle s'est dépréciée (= a perdu de sa valeur).

❖-----

Exercice 18

Dans une entreprise A, les salaires ont augmenté de 2 % entre 2023 et 2024 puis de 3 % entre 2024 et 2025.

Dans une entreprise B, les salaires ont augmenté de 4 % entre 2023 et 2024 puis de 1 % entre 2024 et 2025.

Dans quelle entreprise les salariés ont-ils été globalement plus augmentés entre 2023 et 2025 ?

Exercice 19

Un livret Jeune a un taux d'intérêt de 3,5 %. Cela signifie que chaque année, la banque verse sur votre compte une somme d'argent, appelée intérêt, à hauteur de 3,5 % du solde que présente votre compte.

Vous décidez de placer 1000€ sur un livret Jeune et de ne plus y toucher.

Quel sera votre capital au bout de : 1 an ? 3 ans ? 5 ans ? 10 ans ?

Trouver une relation qui donne le capital dont vous disposerez au bout de n années.

A l'aide d'une calculatrice, évaluer le nombre d'années nécessaires à une augmentation de 50 % du capital initial.

⤷-----

VI – Taux d'évolution réciproque

Exemple Le prix d'une paire de chaussures passe de 100€ à 120€.

Déterminer le taux de remise à effectuer pour ramener la paire de chaussure à son prix initial.

Définition

Soit une évolution de coefficient multiplicateur CM qui fait passer une valeur de V_i à V_f .

L'évolution réciproque est celle qui fait passer de la valeur V_f à la valeur V_i . On note CM' le coefficient multiplicateur de cette évolution réciproque.

On a : $CM' = \dots$

Le taux d'évolution réciproque t' s'exprime en fonction de CM' : $t' =$

Illustration**Exercice 20**

En arrondissant au dixième près, donner :

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 8 %, puis le taux d'évolution réciproque associé à cette hausse.

Déterminer le taux d'évolution réciproque d'une baisse de 15 %.

⤷-----

Exercice 21 Chaque année, un webmestre fait le bilan concernant l'attractivité de son site web.

Entre 2023 et 2024, le nombre de connexions au site a diminué de 12 %.

1) Déterminer, à 0,1 % près, le pourcentage d'augmentation nécessaire entre 2024 et 2025 pour revenir au nombre de connexions initial.

2) Entre 2024 et 2025, le nombre de connexions a augmenté de 4,5 %, pour s'établir à 1463 connexions par jour. Combien y avait-il de connexions par jour à ce site début 2024 ?