

---

**BACCALAURÉAT GÉNÉRAL**  
Session Blanche \_ vendredi 13 février 2026 (8h-12h)  
Lycée Alphonse BENOIT – L'Isle-sur-la-Sorgue

---

**Spécialité Mathématiques**  
Durée de l'épreuve : 4 heures  
Coefficient : 16

---

**SUJET**

---

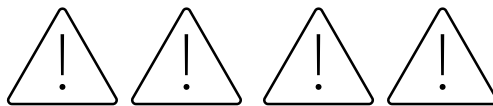
*L'usage de la calculatrice en mode examen uniquement est autorisé.*

*Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

*Ce sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6.*



**Chacun des exercices est à rédiger sur des copies différentes.**

## Exercice 1

5 points

Dans cet exercice, les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.

La leucose féline est une maladie touchant les chats; elle est provoquée par un virus.

Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie.

On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.

Ce test possède les caractéristiques suivantes.

- Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas.
- Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.

On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire et on considère les évènements suivants :

- $M$  : « Le chat est porteur de la maladie »;
- $T$  : « Le test du chat est positif »;
- $\overline{M}$  et  $\overline{T}$  désignent les évènements contraires des évènements  $M$  et  $T$  respectivement.

1.
  - a. Traduire la situation par un arbre pondéré.
  - b. Calculer la probabilité que le chat soit porteur de la maladie et que son test soit positif.
  - c. Montrer que la probabilité que le test du chat soit positif est égale à 0,45.
  - d. On choisit un chat parmi ceux dont le test est positif. Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie.

2. On choisit dans le centre vétérinaire un échantillon de 20 chats au hasard. On admet que l'on peut assimiler ce choix à un tirage avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de chats présentant un test positif dans l'échantillon choisi.

- a. Déterminer, en justifiant, la loi suivie par la variable aléatoire  $X$ .
  - b. Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon exactement 5 chats présentant un test positif.
  - c. Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon au plus 8 chats présentant un test positif.
  - d. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire  $X$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Dans cette question, on choisit un échantillon de  $n$  chats dans le centre, qu'on assimile encore à un tirage avec remise. On note  $p_n$  la probabilité qu'il y ait au moins un chat présentant un test positif dans cet échantillon.
    - a. Montrer que  $p_n = 1 - 0,55^n$ .

b.

Décrire le rôle du programme ci-contre écrit en langage Python, dans lequel la variable  $n$  est un entier naturel et la variable  $P$  un nombre réel.

```
def seuil() :  
    n = 0  
    P = 0  
    while P < 0,99 :  
        n = n + 1  
        P = 1 - 0,55 * n  
    return n
```

c. Déterminer, en précisant la méthode employée, la valeur renvoyée par ce programme.

## Exercice 2

**5 points**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x e^{-x} + 2x - 1.$$

On admet que la fonction  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On appelle  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  et  $f''$  la fonction dérivée seconde de  $f$ , c'est-à-dire la fonction dérivée de la fonction  $f'$ .

1. Déterminer les limites de la fonction  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
2. Pour tout réel  $x$ , calculer  $f'(x)$ .
3. Montrer que pour tout réel  $x$  :

$$f''(x) = (x - 2) e^{-x}$$

4. Étudier la convexité de la fonction  $f$ .
5. Étudier les variations de la fonction  $f'$  sur  $\mathbb{R}$ , puis dresser son tableau de variations en y faisant apparaître la valeur exacte de l'extremum.  
Les limites de la fonction  $f'$  aux bornes de l'intervalle de définition ne sont pas attendues.
6. En déduire le signe de la fonction  $f'$  sur  $\mathbb{R}$ , puis justifier que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
7. Justifier qu'il existe un unique réel  $\alpha$  tel que  $f(\alpha) = 0$ .  
Donner un encadrement de  $\alpha$ , au centième près.
8. On considère la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 2x - 1$ .  
Étudier la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_f$  par rapport à la droite  $\Delta$ .

**Cet exercice est constitué de deux parties indépendantes.**

**Partie A**

Le codage « base64 », utilisé en informatique, permet de représenter et de transmettre des messages et d'autres données telles que des images, en utilisant 64 caractères : les 26 lettres majuscules, les 26 lettres minuscules, les chiffres de 0 à 9 et deux autres caractères spéciaux.

Dans cette partie, on s'intéresse aux séquences de 4 caractères en base64. Par exemple, « gP3g » est une telle séquence. Dans une séquence, l'ordre est à prendre en compte : les séquences « m5C2 » et « 5C2m » ne sont pas identiques.

1. Déterminer le nombre de séquences possibles.
2. Déterminer le nombre de séquences si l'on impose que les 4 caractères sont différents deux à deux.
3.
  - a. Déterminer le nombre de séquences ne comportant pas de lettre A majuscule
  - b. En déduire le nombre de séquences comportant au moins une lettre A majuscule.
  - c. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement une fois la lettre A majuscule.
  - d. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement deux fois la lettre A majuscule.

**Partie B Vrai ou Faux.**

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse. Toute réponse non justifiée ne rapportera aucun point.

- 1) On considère les points A(3 ; 2 ; 1), B(7 ; 3 ; 1) et C(-1 ; 4 ; 5).

**Affirmation 1** : Les points A, B et C sont alignés.

- 2) Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_0 = 0,2026$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n - u_n^2$ .

On admet que tous les termes de cette suite sont positifs.

**Affirmation 2** :  $(u_n)$  converge vers 0.

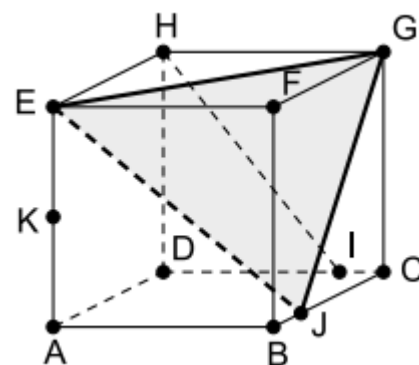
- 3)  $h$  est une fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$ , et  $f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x^4 + x^2 + h(x).$$

**Affirmation 3** : La courbe représentative de  $f$  est située au-dessus de chacune de ses tangentes.

- 4) ABCDEFGH est le cube ci-contre. On définit les points I et J définie par tels que :  $\overrightarrow{DI} = \frac{3}{4} \overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$

**Affirmation 4 :**  $\overrightarrow{HI} = -\frac{1}{4} \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EJ}$



## Exercice 4

5 points

### Partie A

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 30$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 10$ .  
Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 20$ .

1. Calculer les valeurs exactes de  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ ,
3. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout  $n$  entier naturel.
4. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n$ .
5. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ . Justifier la réponse.

### Partie B

Soit  $(w_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} w_0 = 45 \\ w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \end{cases}$$

1. Montrer que  $w_1 = 44,5$ .

On souhaite écrire une fonction suite, en langage Python, qui renvoie la valeur du terme  $w_n$  pour une valeur de  $n$  donnée. On donne ci-dessous une proposition pour cette fonction suite.

```

1  def suite(n) :
2      U=30
3      W=45
4      for i in range (1,n+1) :
5          U=U/2+10
6          W=W/2+U/2+7
7      return W

```

2. L'exécution de suite(1) ne renvoie pas le terme  $w_1$ . Comment modifier la fonction suite afin que l'exécution de suite(n) renvoie la valeur du terme  $w_n$ ?

3. a. Montrer, par récurrence sur  $n$ , que pour tout entier naturel  $n$  on a :

$$w_n = 10n \left(\frac{1}{2}\right)^n + 11 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

b. On admet que pour tout entier naturel  $n \geq 4$ , on a :  $0 \leq 10n \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{10}{n}$ .  
Que peut-on en déduire quant à la convergence de la suite  $(w_n)$ ?