

Ce travail (obligatoire) permet une synthèse sur les suites géométriques et croissance exponentielle.

Il est à rendre pour le Jeudi 30 Avril (remise en cours) ou pour le 7 Mai dernier délai (dans mon casier).

### Exercice I

**27** On considère la suite définie par  $u_0 = 10$  et la relation de récurrence suivante :

pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,4 \times u_n$

1. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
2. Calculer les termes  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

### Exercice II

#### 31 QCM

Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $q = 0,5$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  est :

1.  $u_n = 2^n \times 0,5$
2.  $u_n = 0,5^n \times 2$
3.  $u_n = 2^{n-1} \times 0,5$
4.  $u_n = 0,5^{n-1} \times 2$

#### 32 Vrai ou faux ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

1. La suite géométrique  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par  $u_0 = 5$  et  $u_{n+1} = 2 \times u_n$  est décroissante.
2. La suite géométrique  $(v_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par  $v_0 = 1$  et  $v_{n+1} = 0,7 \times v_n$  est décroissante.

### Exercice IV

**36** Une émission de radio voit son nombre d'auditeurs augmenter de 15 % tous les ans. En 2022, on comptait 120 000 auditeurs. On note, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_n$  le nombre d'auditeurs estimé en 2022 +  $n$ .

1. Donner  $a_0$ , puis calculer  $a_1$ .
2. a. Exprimer, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_{n+1}$  en fonction de  $a_n$ .  
b. En déduire la nature de la suite  $(a_n)$  et préciser sa raison.
3. À ce rythme, combien faudra-t-il d'années pour que l'audience de l'émission double ?

### Exercice V

- 61 1. Combien faut-il d'augmentations successives de 5 % pour qu'une quantité initiale soit plus que doublée ?
2. Est-il possible que, suite à des augmentations successives de 5 %, une quantité dépasse le centuple de sa valeur initiale ?

### Exercice III

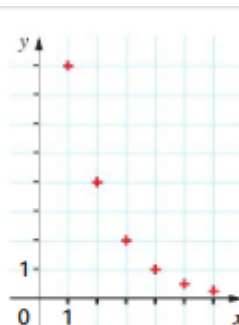
**34** On donne ci-contre la représentation graphique des six premiers termes d'une suite géométrique.

1. Quel est le sens de variation de cette suite ?

2. Par lecture graphique, quelle est la raison de cette suite géométrique ? Quel est son premier terme ?

3. Donner la forme explicite de cette suite, en exprimant, pour tout entier naturel  $n$ , le terme  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4. Donner le terme  $u_{10}$  sous forme d'une fraction irréductible.



## Exercice VI

**35** Selon le ministère de l'agriculture, la surface agricole utilisée (SAU) par les agriculteurs en France métropolitaine s'élevait à 29,8 millions d'hectares en 2000.

Depuis, on estime qu'elle baisse en moyenne de 0,2 % par an.

1. Calculer la SAU estimée en 2001, puis en 2002.
2. On modélise la SAU estimée en  $2000 + x$  (avec  $x \geq 0$ ) par la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 29,8 \times q^x$ .
  - a. Donner la valeur de  $q$ .
  - b. Calculer la SAU estimée en 2010, en milieu d'année 2012 et au troisième trimestre 2020.

## Exercice VII

**36** Une entreprise d'extraction de sable modélise les coûts journaliers, en millier d'euros, engendrés par la production de  $x$  tonnes de sable à l'aide de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 1,9 \times 1,03^x$ .

1. Pourquoi peut-on dire que la fonction  $f$  modélise un phénomène continu à croissance exponentielle ?
2. Calculer  $f(0)$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Calculer les coûts de production si l'entreprise extrait 2,3 tonnes de sable.
4. Les coûts de production doublent-ils si la quantité de sable extraite double ? Justifier.