Nota bene **:** ***Ce travail est à remettre pour le 05 Janvier.***

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

A l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(x-7)(x+5) > 0$ *b)* $\frac{x-9}{2x+4} \geq -5$.

Exercice II

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer son ensemble de définition (expliquer) :

a) $f(x) = \frac{x-9}{2x+1}$ *b)* $g(x) = \sqrt{\frac{-4x+1}{x+1}}$ *c)* $h(x) = \frac{5}{x} + \sqrt{x+3}$

Exercice III

Soient a et b deux réels *POSITIFS*.

En utilisant les règles du cours sur les inégalités, démontrer avec soin que si $0 < a \leq b$, alors $a^2 \leq b^2$.

Démontrer que : [si $a^2 \leq b^2$ **et** si a et b sont POSITIFS, alors $a \leq b$]. *Indication : factorisez* $a^2 - b^2$….

En déduire que ***des nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.***

Trois applications indépendantes :

0) Sans calculatrice, comparer $\sqrt{56}$ et 8.

1) Démontrer que pour tous réels a et b positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

2) Soient a et b deux nombres positifs. Comparer $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$ et $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$.

Exercice IV

1) Déterminer, en justifiant, la valeur de : $|-7|; |\sqrt{2}-4|; \sqrt{(\pi-5)^2}; \sqrt{(x+y)^2}; \sqrt{(x-y)^4}$ où x et y sont des réels.

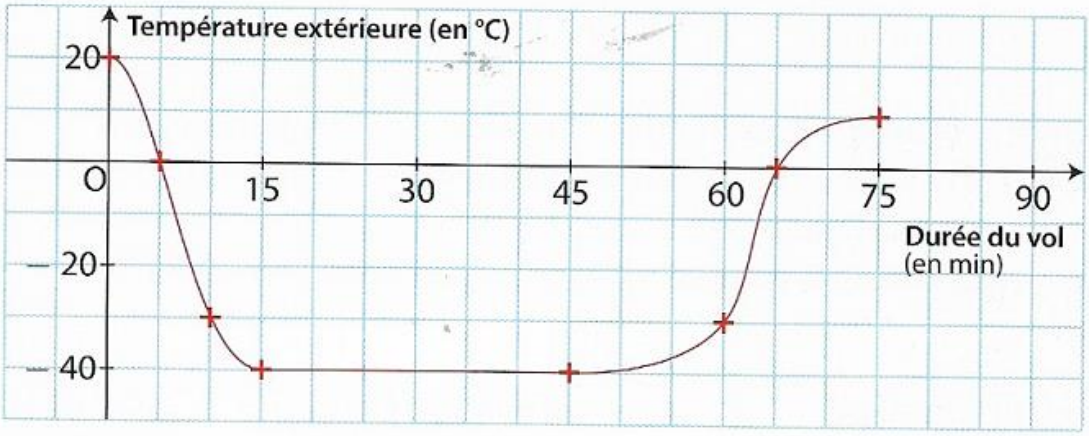
2a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, en s'aidant d'une droite graduée et en justifiant, les équations et inéquations suivantes :

$|x-2| = 3,5$; $|x+6| = 7$; $|x-1,2| \leq 3,4$; $|x| > 10^{-1}$;

2b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, en réfléchissant quelques millisecondes : $|2x-5| > -1$; $|x-2022| < -2023$.

Exercice V

Un avion de ligne effectue un vol de Toulouse vers Paris.
Ses capteurs de température extérieure ont fourni des données tout au long du vol.
La situation est modélisée par la fonction *f* définie par la courbe ci-dessous.



1 **a)** Combien de temps le vol a-t-il duré ?
b) Quelle température faisait-il cet après-midi-là :
• à Toulouse ? • à Paris ?

2 Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -30$.
Interpréter ce résultat.

3a) Quelle est l'image de 20 par *f* ? Comment note-t-on mathématiquement l'image de 20 par *f* ?

3b) Déterminer le(s) antécédent(s) de 0 par *f*.

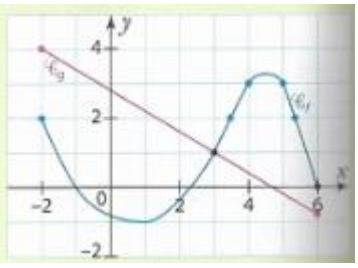
4a) Quelle est la température minimale extérieure durant ce vol ?

4b) Pendant combien de temps la température extérieure est-elle minimale durant ce vol ?

5) Le nombre 25 n'a pas d'antécédent par *f*. Interpréter concrètement dans le contexte de l'exercice cette phrase.

Exercice VI ***(le frère jumeau de celui du DS6 à venir….)***

Soient *f* et *g* deux fonctions dont voici les courbes représentatives :



1) Déterminer sur quel intervalle noté **I** ces fonctions sont définies.

2) Déterminer graphiquement :

a) $f(4)$ *b)* l'image de -2 par g.

c) Le(s) antécédent(s) de 0 par f.

d) Citer un réel qui a exactement deux antécédents par f.

e) Résoudre sur **I** : $f(x) = 1$. *f)* Résoudre sur **I** l'équation : $g(x) = 5$.

g) Résoudre sur **I** l'équation : $f(x) = g(x)$.

h) Résoudre sur **I** l'inéquation : $f(x) < g(x)$.

i) Résoudre sur **I** l'inéquation : $g(x) \leq 1$.

j) Donner un encadrement (aussi précis que possible) de $f(x)$ lorsque x appartient à **I.**

k) Discuter, suivant les valeurs du réel m, du nombre de solution, sur l'intervalle **I,** de l'équation : $f(x) = m$.

l) Dresser le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle **I**.

Exercice VII

1) Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer son ensemble de définition (expliquer) :

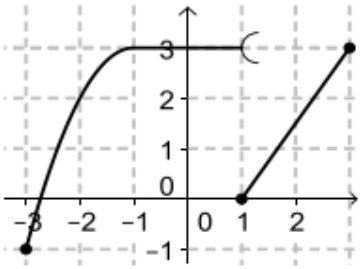
a) $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{2x+5}}$ *b)* $g(x) = \frac{3x+1}{x^2-4}$

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe de f (notée C_f) et de l'axe des ordonnées en justifiant.

3) Quelles sont les coordonnées du milieu K du segment [BC], sachant que B est le point de C_f ayant pour abscisse 2, et C le point de C_f ayant pour abscisse 10.
Le point K appartient-il à la courbe C_f ?

Exercice VIII

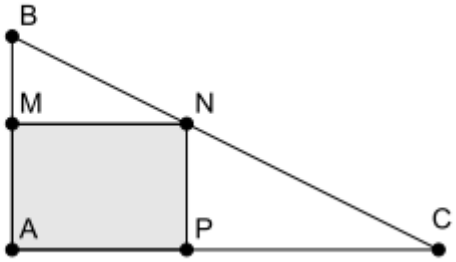
14 On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



1. Donner l'ensemble de définition de f.
2. Quelle est l'image de 3 ? de 1 ?
3. Donner une infinité d'antécédents de 3.
4. Donner les antécédents entiers de 3.
5. Donner tous les nombres ayant un unique antécédent.

Exercice IX

30 ABC est un triangle rectangle en A avec $AB = 4$ et $AC = 8$. Soit M un point du segment $[AB]$, N et P les points appartenant respectivement aux segments $[BC]$ et $[AC]$ tels que $AMNP$ soit un rectangle.



1. Dans cette question, on suppose que $AM = 1$. Faire la figure et calculer l'aire du rectangle.

Dans la suite, on pose $AM = x$.

2. Démontrer que à l'aide du théorème de Thalès que $MN = 2(4 - x)$.

On nomme f la fonction qui à x associe l'aire du rectangle $AMNP$.

3. Déterminer l'ensemble de définition de f.

4. Montrer que $f(x) = 8x - 2x^2$.

5. En expliquant votre démarche, déterminer toutes les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle AMNP est égale à 7 cm².

Facultatif : finir l'exercice bonus du DM7 où il y avait deux erreurs d'énoncé concernant la moyenne quadratique (rectifiées en ligne sur l'énoncé du DM7).