Seconde 3 — *Devoir à la maison numéro 6* — *Décembre 2021*

Ce travail est à remettre pour le 8 Janvier.
Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

Dans un repère orthonormé *(O ; I ; J)*, soit $A(2\ ;\ 2)$ et $P(3\ ;\ -1)$.

a) Faire une figure.

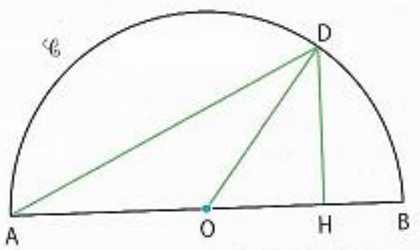
b) En détaillant votre démarche, démontrer que le point P appartient à la médiatrice du segment $[OA]$.

c) Le point P appartient-il au cercle de diamètre OA ? Justifier soigneusement.

d) En déduire, sans faire aucun calcul, que le triangle OAP n'est pas rectangle en P.

Exercice II

Soit [AB] un segment de milieu O tel que AB = 10 et $\mathscr{C}$ un demi-cercle de diamètre [AB]. H est le point du segment [OB] tel que OH = 3.
La perpendiculaire à (AB) passant par H coupe $\mathscr{C}$ en D.



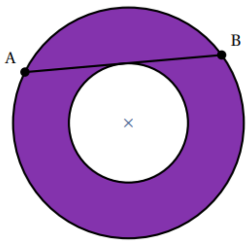
1. a. Quelle est la nature du triangle OHD ?
b. En déduire la longueur DH.
c. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ du triangle AOD.

2. a. Déterminer la longueur AH.
b. Calculer la longueur AD.

3. On note d la distance du point O à la droite (AD).
a. Exprimer d en fonction de $\mathscr{A}$ et AD.
b. En déduire la valeur de d.

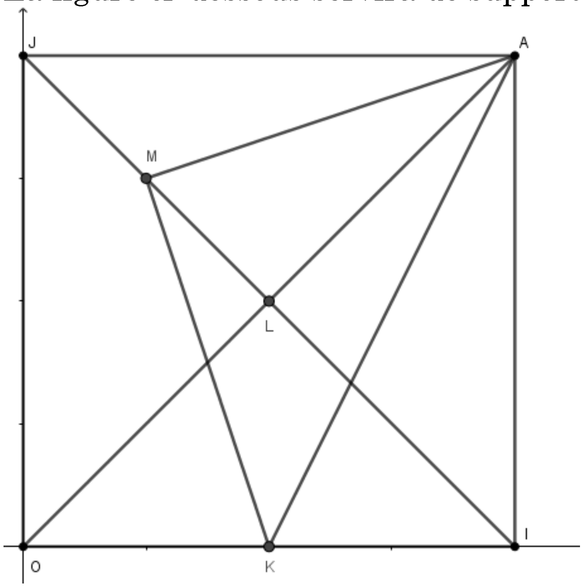
Exercice III

Calculer l'aire de la figure grisée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.



Exercice IV

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère le carré *OIAJ.*
K est le milieu du segment [*OI*], *L* est le centre du carré *OIAJ* et enfin, *M* est le milieu de [*JL*].
La figure ci-dessous servira de support à tout l'exercice.



0) Déterminer, ***en justifiant sommairement***, quel est :

- *i)* Le projeté orthogonal du point *A* sur la droite *(OI).*
- *ii)* Le pied de la hauteur issue du point *I* du triangle *OAI.*
- *iii)* La médiatrice du segment [*OI*].

1a) Donner ***sans justifier***, les coordonnées des points : *O, I, J, A, K* et *L.*
1b) Calculer en justifiant, les coordonnées du point *M.*
1c) Calculer la distance *MA* en valeur exacte.
1d) On donne la distance $MK = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$. Le point *M* appartient-il à la médiatrice du segment [*AK*] ?

2) Montrer que $AK = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, puis déterminer, en justifiant, quelle est la nature du triangle *MAK.* On donnera une réponse la plus précise possible.

3a) Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle *MAK.*

3b) Construire sur la figure de l'énoncé, le point *H*, projeté orthogonal du point *M* sur la droite *(AK).*
3c) En déduire la valeur exacte de la distance du point *M* à la droite *(AK).*

Exercice V

Matt a un triangle équilatéral *ABC* dont la longueur des côtés est ***a***, où ***a*** désigne un réel quelconque strictement positif, et *M* est un point intérieur à ce triangle.
On note *E, F* et *G* les projetés orthogonaux du point *M* sur respectivement les droites *(AB), (AC) et (BC).*

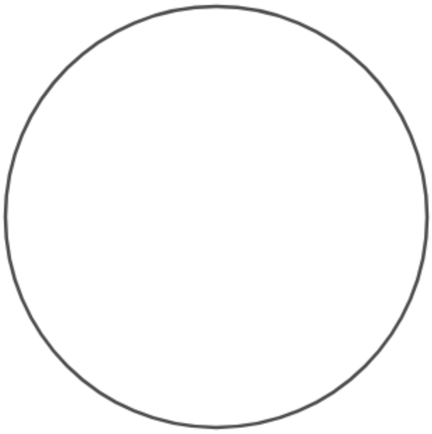
Matt se pose la question suivante : "où dois-je placer le point M intérieur au triangle ABC afin de rendre la somme des distances ME + MF + MG la plus petite possible" ?

Faire une figure, et exprimer les aires de chacun des triangles *MAB, MAC* et *MBC* en fonction de ***a***, *ME, MF et MG. Enfin,* aidez *Matt* à résoudre son problème !

En guise de cadeau de Noël, voici deux défis à traiter si vous le souhaitez.

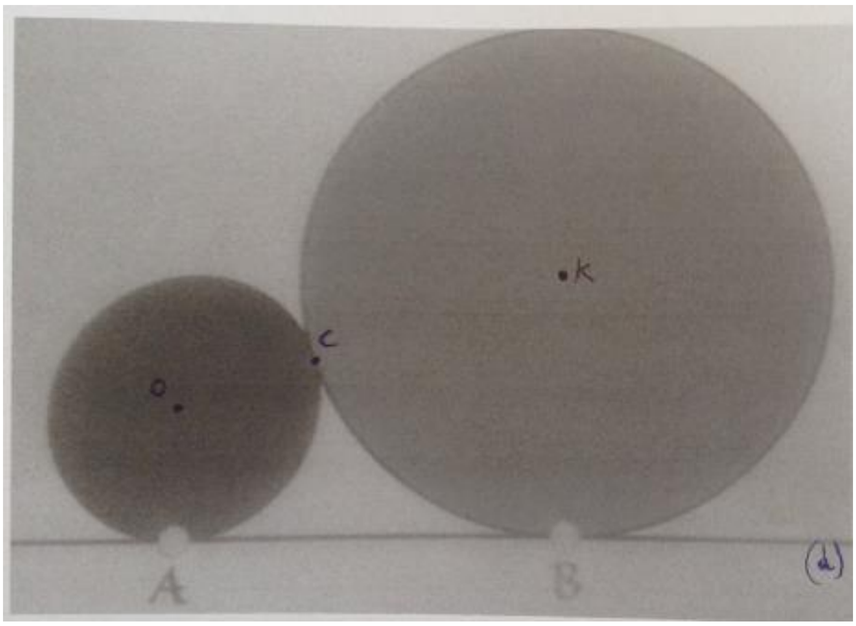
Défi 1

Sauriez-vous, à l'aide d'une équerre seulement, retrouver le centre du cercle ci-dessous qui a été effacé par Matt le matheux ?



Défi 2

Le petit cercle de centre O et de rayon r est tangent en le point A à la droite *(d),* et le gros cercle de centre K et de rayon R est tangent en le point B à cette même droite *(d).*
Le petit et le gros cercle sont respectivement tangents en le point C, c'est-à-dire qu'ils ont, en le point C qui leur est commun, la même tangente.



1) Expliquer pourquoi les points O, C et K sont alignés.

2) Exprimer AB en fonction de r et R.

Indication : on pourra introduire le point H, intersection de la droite *(BK)* et de la droite parallèle à *(AB)* passant par le point O.