

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 18 Novembre.

Vous vous mettez par groupe de deux à quatre élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE

Exercice I

1) Calculer sous forme de fraction irréductible : $A = \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{15}\right) \times \frac{2}{7}$ $B = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \times \frac{\frac{2}{5}+1}{\frac{3}{4} - \frac{11}{5}}$

2) Démontrer que $\frac{\sqrt{48}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{27}}}$ est le carré d'un entier que l'on déterminera.

3) Sans calculatrice, expliquer comment calculer sous forme de fraction irréductible : $\frac{10^3}{15^3 + 10^3 + 5^3}$

4) Ecrire chacune des expressions algébriques sous forme d'une seule fraction :

a) $\frac{x}{6} + \frac{5x-4}{4}$; b) $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x}{x+3}$ (préciser pour quelles valeurs de x l'expression est calculable).

5) Déterminer, en justifiant, tous les réels a et b supérieurs ou égaux à 0 tels que : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Exercice II

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $\frac{2x-5}{3} = \frac{1-7x}{4}$; b) $\frac{x^2-4}{2x+5} = 0$; c) $(x+4)(x-3) - x^2 = 2 - (14-x)$.

d) $25x^2 = 16(x+3)^2$; e) $x^2 = 56$; f) $\frac{6x+1}{x+1} = \frac{5x}{x+2} + 1$; g) $25x^4 - 16x^2 = 0$

2) Isoler L dans : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (L et g strictement positives).

Isoler r dans : $F_g = G\frac{m_1m_2}{r^2}$ (toutes les variables sont ici positives).

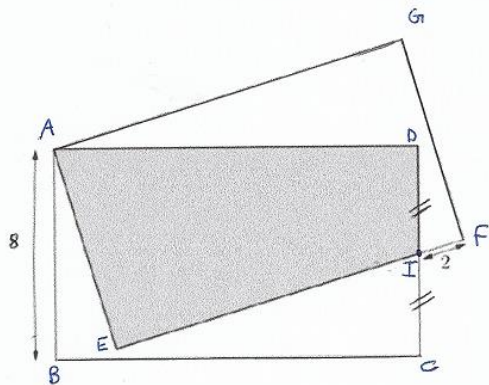
Exercice III

Voici des petits problèmes de mise en équation. Résolvez-les !

A) Déterminer, en justifiant, deux entiers naturels consécutifs dont la différence des carrés est égale à 527.

B) Lucie dépense les deux-cinquièmes de son salaire pour se loger, le quart de son salaire pour se nourrir. Il lui reste enfin 616€ pour les autres dépenses. Déterminer, en justifiant, le salaire de Lucie.

C) Les deux rectangles $ABCD$ et $AEFG$ ont les mêmes dimensions et ont le sommet A en commun. $AEFG$ recouvre partiellement $ABCD$, et la figure ci-dessous est codée avec quelques informations :



On se propose de déterminer l'aire de la zone de recouvrement grisée sur la figure. En posant $x = AD$, déterminer, à l'aide d'une mise en équation, la longueur AD . En déduire l'aire grisée, c'est-à-dire l'aire du quadrilatère $AEID$.

D) (pour chercher plus)

EBF est un triangle, tel que $BE = 6 \text{ cm}$, $BF = 13 \text{ cm}$ et $EF = 15 \text{ cm}$

$Matt$ aimerait construire un losange $CDAB$ avec comme contraintes : le point C appartient au segment $[BE]$, le point D appartient au segment $[EF]$ et le point A appartient au segment $[BF]$.

Après avoir fait un schéma de la situation, résoudre le problème que s'est posé $Matt$ en précisant la longueur des côtés du losange obtenu.

Exercice IV

1a) Vérifier que pour tout réel x , $x^2 + 8x + 7 = (x + 4)^2 - 9$.

1b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $x^2 + 8x + 7 = 0$.

2) En raisonnant par l'absurde, établir qu'un triangle ABC tel que : $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$ n'est pas un triangle rectangle.

3) Par combien de zéros se termine l'écriture décimale du nombre N égal au produit de tous les entiers compris entre 2 et 61 ? Justifier.