

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 20 Octobre.

Vous vous mettez par groupe de deux ou trois élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

**AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE**

**Exercice I**

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance :  $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$  ;  $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$  ;  $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$  ;  $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$  ;  $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$  ;  $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$  où  $x$  est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme :  $a^n \times b^p$ , où  $n$  et  $p$  sont des entiers relatifs :  $E = a^{-14} b^{-6} (ab)^3$ .

3) Démontrer que pour tout entier relatif  $n$ , l'expression :  $4^{4-n} \times 2^{2n-6}$  a une valeur indépendante de  $n$  que l'on calculera.

4) Factoriser en un produit de deux facteurs :  $G = x^2 - 13$ .

5) Factoriser en un produit de **trois** facteurs :  $a^4 - b^4$ .

6) Simplifier :  $\left(2^{(2^n)}\right)^{2^n}$  ;  $2^{(2^n)} \times 2^{(2^n)}$

7) Déterminer dans chaque cas l'entier naturel  $n$  tel que :  $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$  ;  $2^4 \times 3^2 \times 5^6 \times 7^2 = n^2$

**Exercice II** 1) Trouver l'écriture scientifique de  $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 3 00 millions de mètres par seconde, pendant une année.

Déterminer, en  $km$ , l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) En chimie, la mole est une quantité de matière (formée d'atomes identiques par exemple) qui contient  $6,02214076 \times 10^{23}$  de ces atomes.

Sachant qu'une mole de carbone a une masse de 12 grammes, déterminer un ordre de grandeur de la masse d'un atome de carbone.

4) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de  $802500 \times 1995874561$  sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

5) On dit que trois nombres entiers  $a$ ,  $b$  et  $c$  forment un triplet Pythagoricien lorsque :  $a^2 + b^2 = c^2$ .

a) Trouver deux exemples de triplets Pythagoricien.

b) Démontrer que si  $a$ ,  $b$  et  $c$  forment un triplet Pythagoricien, alors, pour tout entier  $k$ , les nombres  $ka$ ,  $kb$  et  $kc$  forment également un triplet Pythagoricien.

### Exercice III

Soit  $n$  un entier naturel et  $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$ .

a) Calculer la valeur de  $A(n)$  lorsque :  $n = 0$ , puis  $n = 1$ , puis  $n = 2$  puis  $n = 3$ .

b) Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?

c) En factorisant le numérateur de  $A(n)$ , démontrer que la conjecture effectuée à la question b) est vraie pour tout entier naturel  $n$ .

### Exercice IV

1) Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $b$  est entier naturel le plus petit possible et  $a$  entier :

$$A = \sqrt{147} \quad ; \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad ; \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme :  $a + b\sqrt{c}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers, et  $c$  est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad ; \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 \quad ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

3)  $ABCD$  est un rectangle tel que :  $AB = \sqrt{200} - \sqrt{98}$  et  $BC = \frac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}} - \sqrt{8}$ . ( $AB$  et  $BC$  exprimées en mètres). Démontrer que  $ABCD$  est un carré, puis calculer son aire en valeur exacte.

4) Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

5) Calculer, *sans calculatrice*, et en expliquant votre démarche :  $E = \sqrt{66666^2 - 44444^2 - 22222^2}$

### Exercice V

Ecrire sans racine carrée au dénominateur chacune des quantités suivantes :  $A = \frac{6}{\sqrt{3}}$  ;  $B = \frac{\sqrt{7}}{2 - 3\sqrt{7}}$

### Exercice VI

*Matt* kiffe grave les maths, mais aujourd'hui, il est vénère.

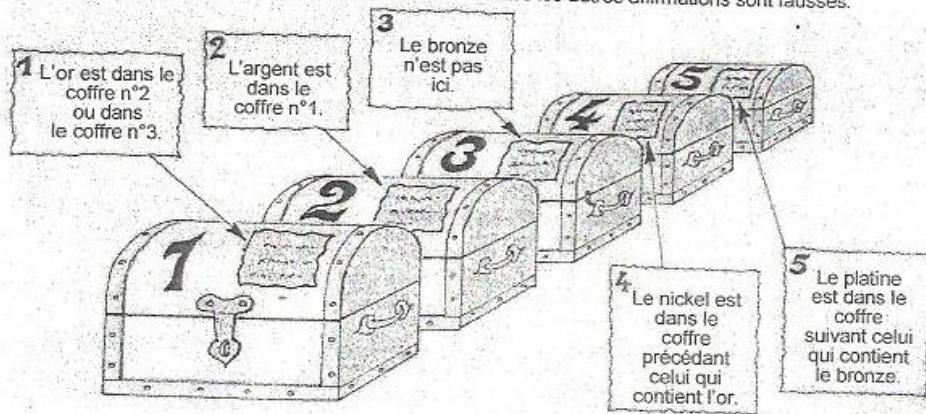
Son professeur de maths lui demande, sans calculatrice, de trouver la valeur de :

$$A = \sqrt{\frac{4 + \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}}$$

Vous allez faire en sorte de rendre *Matt* plus zen, en lui expliquant comment s'en sortir.

## Exercice VII

Un trésor est constitué de cinq lingots, chacun d'un métal différent : or, argent, platine, bronze et nickel.  
Chaque coffre contient un lingot. Sur chaque coffre sont gravés un numéro et une affirmation.  
Seule l'affirmation inscrite sur le coffre contenant l'or est vraie. Toutes les autres affirmations sont fausses.



**En rédigeant et détaillant votre raisonnement,** déterminer quel est le coffre contenant l'or, ainsi que le métal contenu dans chacun des coffres.