***Nota bene* : ce travail est à remettre pour le 2 Juin.**

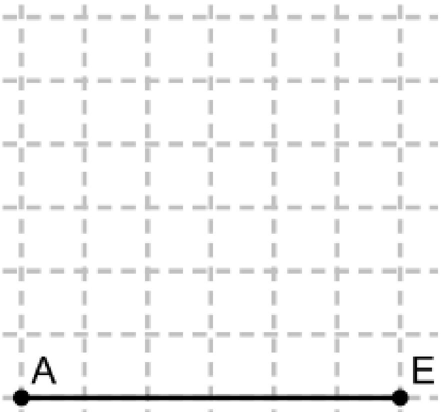
Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

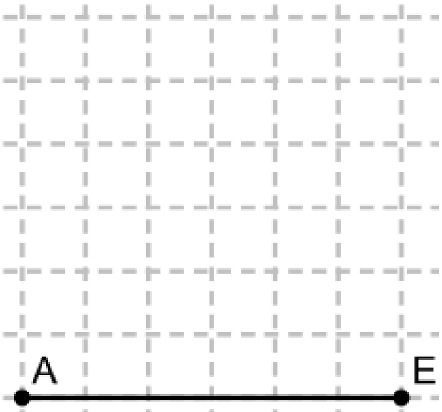
Exercice I

Soit $[AE]$ un segment de longueur 6 et M un point de ce segment. On construit les carrés $ABCD$ et $BEFG$ comme indiqué sur la figure. On appelle x la longueur AB et $f(x)$ la longueur de la ligne polygonale $AEFGCDA$ en gras.

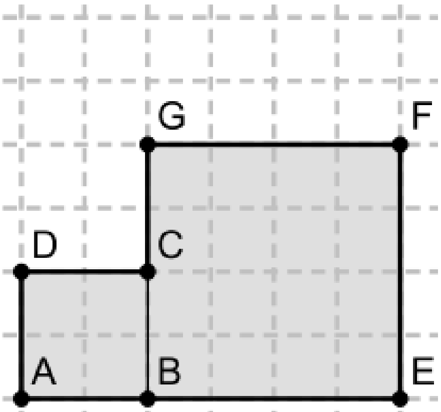
1. Calculer $f(x)$ pour les valeurs de x indiquées et construire la figure dans chaque cas.



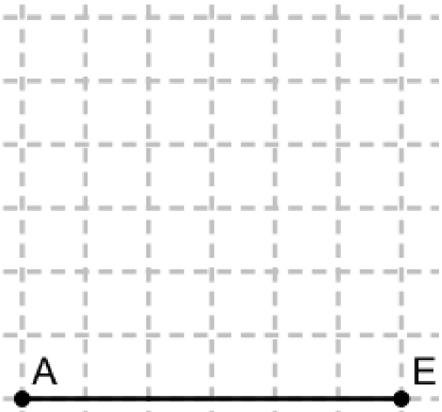
$f(0) = \ .\ .\ .$



$f(1) = \ .\ .\ .$



$f(2) = \ .\ .\ .$



$f(6) = \ .\ .\ .$

2. Démontrer que
$$f(x)=\begin{cases}24-2x, \text{si } x\in[0;3]\\ 12+2x, \text{si } x\in[3;6].\end{cases}$$

3. Dans un repère orthogonal d'unité 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées, tracer la courbe représentative de la fonction f.

4. Déterminer graphiquement l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la longueur de la ligne polygonale est comprise entre 20 et 22. Retrouver ceci par le calcul.

Exercice 2

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x)=\frac{x}{x^2+1}.$$

1. Tracer f et conjecturer son maximum sur $\mathbb{R}$

2. Montrer que $f(x)-\frac{1}{2}=-\frac{(x-1)^2}{2(x^2+1)}$ et prouver la conjecture.

3. Montrer que f est impaire et déduire de la question précédente son minimum sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

1) Démontrer que si une fonction w est impaire sur un intervalle I centré en 0, alors $w(0)=0$.

2) Déterminer pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ si elle est paire, impaire ou ni paire ni impaire sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x)=1-x^2$ **b.** $g(x)=4x+x^2$

c. $h(x)=x^3-2x$ **d.** $k(x)=x^3-x^2$

Exercice 4

Une voiture roule sur route sèche à la vitesse v (en m·s^{-1}) au moment où le conducteur appuie brusquement sur le frein. On montre en physique que la distance de freinage d (en m) parcourue par ce véhicule avant l'arrête complet est donnée par
$$d=\frac{v^2}{2G\mu}.$$
où G est la gravité (G = 9,81 m·s^{-2}) et μ le coefficient de frottement du pneumatique ; il est toujours compris entre 0 et 1. Sur route sèche et lorsque le pneu est en bon état, on considère qu'il est de 0,65, ce que nous ferons dans la suite.

1. Calculer le temps nécessaire à un véhicule roulant à 90 km·h^{-1} pour qu'il s'arrête.

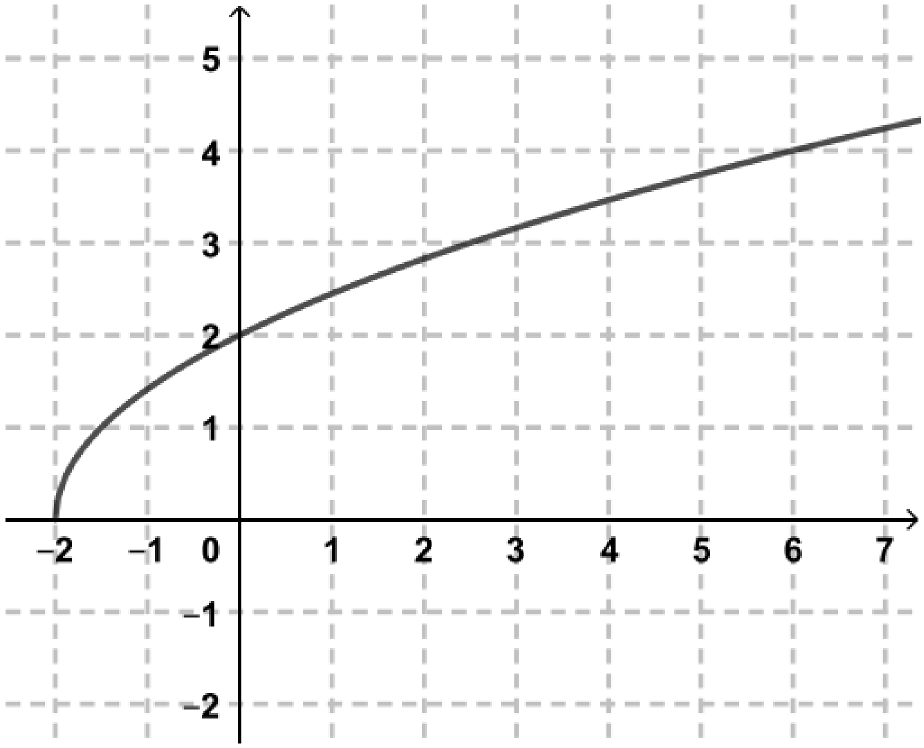
2. Montrer que si la vitesse v est exprimée en km·h^{-1}, la distance d'arrêt est approximative égale à
$$d=0{,}006v^2$$

3. Que peut-on dire de la distance d'arrêt quand la vitesse est doublée ?

4. À quelle vitesse doit rouler un véhicule pour qu'il mette 150 m à s'immobiliser ?

Exercice 5

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{2x+4}$.



1. Donner l'ensemble de définition de f.
2. Tracer la droite Δ d'équation $y = x - 2$.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x - 2$, puis par le calcul.

Exercice 6

$\boxed{6}$ À l'aide d'un contre-exemple, montrer que les affirmations suivantes sont fausses.

a. Deux nombres et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.

b. Pour tout réel x, on a $x^2 = -x^2$.

c. Si $x \leq 5$, alors $x^2 \leq 25$.

d. Un réel est toujours inférieur ou égal à son carré.

Exercice 7

$\boxed{7}$ Comparer sans calculatrice a^2 et b^2 dans chacun des cas suivants.

a. $a = 1{,}99$ et $b = 1{,}999$.

b. $a = -6$ et $b = -5$.

c. $a = -6{,}501$ et $b = -6{,}51$.

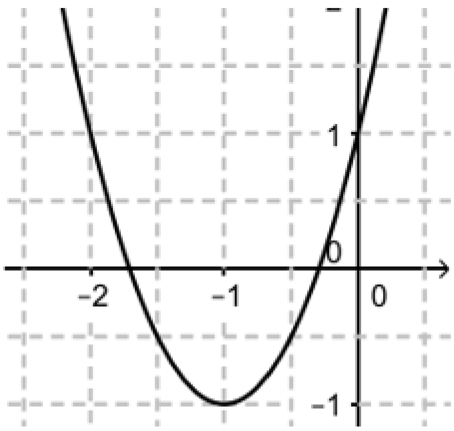
d. $a = 0{,}33$ et $b = \frac{1}{3}$.

Exercice 8

La parabole P ci-contre représente une fonction du second degré f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

1. Donner par lecture graphique $f(0)$, $f(-1)$ et $f(-2)$.



2. En déduire la valeur de c, puis écrire l'expression de $f(x)$ en fonction de a et b uniquement.

En utilisant les valeurs de $f(-1)$ et $f(-2)$, déterminer, en résolvant un système de deux équations à deux inconnues les valeurs de a et b, puis donner l'expression de $f(x)$.

Exercice 9

Une grenouille saute d'un point G à un point N situés au sol (axe des abscisses), et la trajectoire de la grenouille est la courbe ayant pour équation :

$y = -3{,}72x^2+1{,}43x$, où x et y sont ici exprimés en mètres.

Quelle est la longueur de son saut en *cm* ?