Seconde 3 | ***Devoir à la maison numéro 12*** | ***Avril 2022***

Ce travail est à remettre pour le 13 Mai.
Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice 1

Le tableau de variation d'une fonction f est donné ci-dessous. On a complété avec quelques valeurs.

x	-5		-3		-1		1		2		4
f	2	↗	5	↘	0	↘	-4	↗	0	↗	3

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Donner 4 points appartenant à la courbe de f.
3. Tracer une courbe possible pour f.
4. Décrire en une phrase les variations de f.
5. Donner le minimum et le maximum de f et préciser pour quelles valeurs ils sont atteints sur son ensemble de définition. Et sur l'intervalle [-1 ; 2] ?
6. Déterminer si l'on peut comparer les réels : *a)* $f(-2)$ et $f(-2{,}7)$; *b)* $f(3)$ et $f(-2)$.

Exercice 2

Dans un disque de $5cm$ de rayon, on découpe un disque de même centre et de rayon x cm, avec $1 \leq x \leq 4$.

a) On note $p(x)$ le périmètre du disque de rayon x. Par des considérations d'ordre géométrique, déterminer le tableau de variation de la fonction p sur l'intervalle $[1 \ ; \ 4]$.

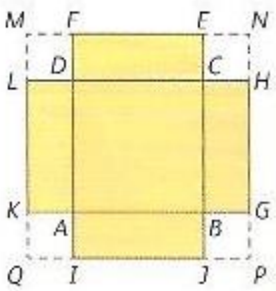
b) On note $a(x)$ l'aire de la couronne restante après avoir ôté le disque de x cm de rayon.

Dresser le tableau de variation de la fonction a sur l'intervalle $[1 \ ; \ 4]$.

Exercice 3

On attend dans cet exercice que vous expliquiez la démarche que vous effectueriez pour résoudre ce problème :

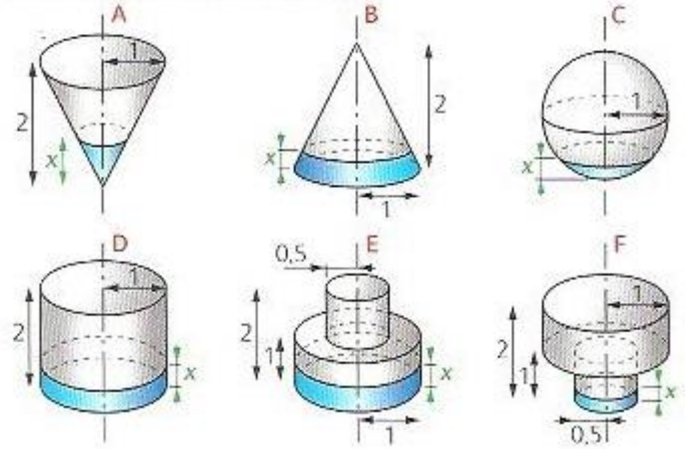
On dispose d'un carton carré de côté 10 cm.
Dans les quatre petits coins, on découpe un petit carré, de manière à pouvoir replier le carton et fabriquer une boîte (sans couvercle) de forme parallélépipédique.



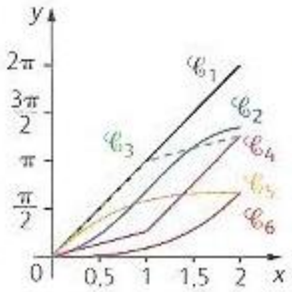
Comment doit-on découper les petits carrés des côtés pour que le volume de la boîte soit maximal ?

Exercice 4

On donne les solides suivants :



On remplit d'eau ces solides. x est la hauteur de liquide dans chaque récipient.
Pour chaque solide, on s'intéresse à la fonction qui à x associe le volume d'eau dans le solide.
Un grapheur a permis de tracer les courbes représentatives ci-contre.

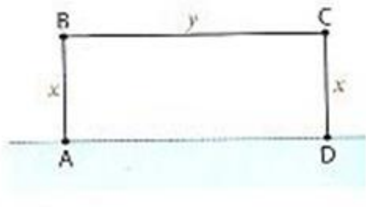


Associer chaque courbe à un solide. Expliquer la démarche.

Exercice 5

PROBLÈME ÉTUDIÉ On veut réserver une zone rectangulaire d'aire 1 800 m^2 pour créer une cressonnière au bord d'une rivière.
On souhaite l'entourer de grillage sauf le long de la rivière.
Quelles sont les dimensions de la zone qui nécessitent le moins de grillage possible ?

ABCD représente la cressonnière. On note x et y les longueurs en mètres de ses côtés et $L(x)$ la longueur du grillage.



1. Quelle information possède-t-on sur le rectangle ABCD ?
En déduire y en fonction de x.

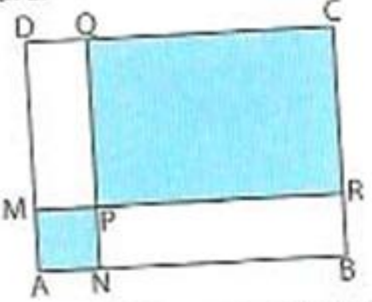
2. Démontrer que pour tout $x > 0$, $L(x) = 2x + \dfrac{1800}{x}$.

3. Conjecturer à l'aide de la courbe de L la longueur minimale m de grillage nécessaire.

4. Démontrer ce résultat en écrivant $L(x) - m$ sous une forme adaptée.

Exercice 6

ABCD est un rectangle tel que AB = 10 et AD = 6 (en cm). M étant un point quelconque du segment [AD], on construit le carré AMPN et le rectangle CQPR comme indiqué sur la figure.



On pose AM = x (en cm). On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire en cm² de la partie colorée de la figure.

1. a. Faire une figure avec $x = 4$.

b. Déterminer, dans ce cas, CQ, CR puis $\mathscr{A}(4)$.

2. Montrer que, pour tout x de $[0;6]$,
$\mathscr{A}(x) = x^2 + (10 - x)(6 - x)$.

3. En déduire que, pour tout x de $[0;6]$,
$\mathscr{A}(x) = 2x^2 - 16x + 60$ et $\mathscr{A}(x) = 2(x-4)^2 + 28$

4. Quelle est l'aire minimale de la partie colorée ? Pour quelle position de M est-elle obtenue ?