***Maths expertes Groupe* 1** **Contrôle numéro 4 (30 *minutes*)** **Mardi 21 Novembre 2023**

Exercice I (*environ* 5 *points*)

1) Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de chacun des nombres complexes suivants :

$z = 1 - 4i$; $z'' = 8i$.

2) Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants, en détaillant vos calculs.

$Z_1 = 13 - 4i - (-7-5i) + 3i$.

$Z_2 = (2 - i)(1 - 5i) - 2(3-4i)$.

$Z_3 = (\sqrt{2} - 2\sqrt{3}i)(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}i)$.

$Z_4 = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4$.

$Z_5 = \left(1 - \frac{2}{3}i\right)^2 + \left(2 - \sqrt{3}\,i\right)^2$.

Exercice II (*les deux questions sont indépendantes*) (2,5 *points*)

1) Donner l'écriture algébrique de $Z = \frac{-2+3i}{1-5i}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $2iz + 1 - i = z + (3 + 2i)^2$

Exercice III (*environ* 2,5 *points*)

Soit z un nombre complexe dont l'écriture algébrique est : $z = x + iy$ avec x et y nombres réels.

On pose $Z = (z - 1 + i)^2$.

1) Déterminer, en fonction de x et y, l'écriture algébrique de Z.
2) En déduire toutes les valeurs de z pour que Z soit un nombre réel.