TS Spé Maths ***Contrôle de leçon numéro 1*** ***Mardi 11 Octobre 2016***

***Exercice I* (*restitution du cours*)**

a_1) a et b étant des entiers relatifs, que signifie que b est un diviseur de a ?

a_2) En déduire que si $b|a$, alors $b^3|a^3$.

b) a, b sont des entiers relatifs, n un entier naturel non nul.

Que signifie la phrase : *" a et b sont congrus modulo n"*, et quelle(s) notation(s) adopte-t-on ?

c) Démontrer que la relation de congruence est compatible avec la multiplication, c'est-à-dire prouver que pour tous entiers relatifs a, b, c et d, et n entier non nul on a :

Si $a \equiv b\ (n)$ et *si* $c \equiv d\ (n)$, *alors* $a \times c \equiv b \times d\ (n)$.

Exercice II

a) Effectuer la division euclidienne de 5^4 par 13. En déduire que $5^4 \equiv 1\ (13)$.

b) En déduire alors que pour tout entier naturel k, $5^{4k} - 1$ est un multiple de 13.

Exercice III

On se propose de trouver tous les entiers relatifs x tels que : $2x^3 + 5x - 7 \equiv 0\ (4)$.

a) Expliquer sommairement pourquoi, pour tout entier relatif x, on a : $x \equiv 0\ (4)$ ou $x \equiv 1\ (4)$ ou $x \equiv 2\ (4)$ ou $x \equiv 3\ (4)$.

b) Compléter le tableau de congruences suivant (avec des chiffres strictement inférieurs à 4) :

$x \equiv \quad (4)$	0	1	2	3
$x^3 \equiv \quad (4)$				
$2x^3 \equiv \quad (4)$				
$5x - 7 \equiv \quad (4)$				
$2x^3 + 5x - 7 \equiv \quad (4)$				

c) En déduire l'expression de <u>tous</u> les entiers relatifs x tels que $2x^3 + 5x - 7$ soit divisible par 4.