***Maths experte groupe 1*** ***Contrôle de leçon numéro 1*** ***Mardi 2 Octobre 2023***

***Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Calculatrices interdites !***

***Exercice I*** **(*Questions de cours, environ 7,5 points*)**

1) Soit $a$ un entier, et $b$ un entier naturel non nul. Que signifie : effectuer la division euclidienne de $a$ par $b$ ? Rappeler la relation entre $a$ et $b$.

2) Rappeler ce que signifie qu'un entier $d$ non nul est un diviseur d'un entier $a$.

3)

$a$) Définir ce qu'est une combinaison linéaire de deux entiers $a$ et $b$.

$b$) Montrer que si un entier $d$ divise des entiers $a$ et $b$, alors $d$ divise toute combinaison linéaire des entiers $a$ et $b$.

$c$) Expliquer rapidement pourquoi 3 est un diviseur de 6024 et de 171, puis en déduire que :
$3 \mid (6024^2 + 171 \times 89)$.

*d)* Etablir que si un entier naturel non nul $n$ divise l'entier $5n + 1$, alors $n = 1$.

***Exercice II*** **(*Environ 2,5 points*)**

$n$ est un entier, et 5 est un diviseur de $n - 4$.

Démontrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 5.