Exercice I :

29 page 53 : $z_A = 4+2i$; $z_B = -2+i$; $z_C = -3+5i$

$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

a) $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = -2+i-(4+2i)$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AB}} = -6-i}$

$z_{\overrightarrow{AC}} = z_C - z_A = -3+5i-(4+2i)$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AC}} = -7+3i}$

b) On a : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

Donc : $z_{\overrightarrow{AM}} = 3z_{\overrightarrow{AB}} + 2z_{\overrightarrow{AC}}$

Or, $z_{\overrightarrow{AB}} = -6-i$ et $z_{\overrightarrow{AC}} = -7+3i$ (q-a).

Donc : $z_{\overrightarrow{AM}} = 3(-6-i)+2(-7+3i)$

$z_{\overrightarrow{AM}} = -18-3i-14+6i$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AM}} = -32+3i}$

c) On a : $z_{\overrightarrow{AM}} = z_M - z_A$.

Or, $z_{\overrightarrow{AM}} = -32+3i$ et $z_A = -6-i$

Donc : $-32+3i = z_M - (-6-i)$

$\Leftrightarrow \boxed{z_M = -38+2i}$

45 page 53

a) $|z_1| = |(\sqrt{3}+i)^{10}| = |(\sqrt{3}+i)|^{10} = \left(\sqrt{3+1}\right)^{10} = 2^{10} = 1024$

$\boxed{|z_1| = 1024}$

47 page 53 :

a) $z_1 = (5+2i)(\sqrt{3}+i\sqrt{6})$

$|z_1| = |(5+2i)(\sqrt{3}+i\sqrt{6})| = |5+2i|\,|\sqrt{3}+i\sqrt{6}| = \sqrt{25+4} \times \sqrt{3+6}$

$\boxed{|z_1| = 3\sqrt{29}}$

b) $z_2 = \left(\dfrac{\sqrt{3}-i}{4i}\right)^3$

$|z_2| = \left|\left(\dfrac{\sqrt{3}-i}{4i}\right)^3\right| = \left(\dfrac{|\sqrt{3}-i|}{|4i|}\right)^3 = \left(\dfrac{\sqrt{3+1}}{4}\right)^3 = \dfrac{1}{2^3}$

$\boxed{|z_2| = \dfrac{1}{8}}$

46 page 53 :

b) $z_2 = \dfrac{66+77i}{66-77i}$

$|z_2| = \left|\dfrac{66+77i}{\overline{66+77i}}\right| = \dfrac{|66+77i|}{|66+77i|}$ car : $\forall z \in \mathbb{C}\ |\bar{z}| = |z|$

$\boxed{|z_2| = 1}$

52 page 55 : $z_I = 7,8 - 3,5i$; $z_A = -7,8 + 7,3i$

a) $z_{IA} = z_A - z_I = -7,8 + 7,3i - (7,8 - 3,5i)$

$\boxed{z_{IA} = -3,6 + 4,8i}$

b) Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de centre I passant par A est la distance IA

$IA = |z_A - z_I| = |z_{\overrightarrow{IA}}| = |-3,6 + 4,8i| = \sqrt{12,96+23,04}$

$\boxed{IA = 6}$

Le rayon de $\mathcal{C}$ est <u>donc egal à 6.</u>

c) Calculons la distance IM.

$IM = |z_M - z_I| = |5,4 + 1,3i - 1,8 + 3,5i| = |3,6 + 4,8i| = IA = 6$

$\boxed{IM = 6}$

Donc le <u>point M appartient à $\mathcal{C}$</u> car sa distance au centre est celle du rayon de $\mathcal{C}$.

<u>55 page 55</u> : $z_A = 2 + 5i$; $z_B = -3i$

a) $z_{\overrightarrow{AM}} = z - z_A$ $\qquad$ $z_{\overrightarrow{BM}} = z - z_B$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AM}} = z - 2 - 5i}$ $\qquad$ $\boxed{z_{\overrightarrow{BM}} = z + 3i}$

b) $|z - 2 - 5i| = |z + 3i| \Leftrightarrow |z_{\overrightarrow{AM}}| = |z_{\overrightarrow{BM}}| \Leftrightarrow \boxed{AM = BM.}$

Ainsi, l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M dont l'affixe verifie : $|z-2-5i| = |z+3i|$ <u>est la mediatrice du segment [AB]</u>

<u>60 page 55</u> :

a) $z_1 = -4i$

- $|z_1| = |-4| = \boxed{4}$
- Soit θ_1 tel que : $\theta_1 = \arg(z_1)\ [2\pi]$

Donc : $\begin{cases} \cos\theta_1 = 0 \\ \sin\theta_1 = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{2}}$

$\boxed{z_1 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)}$

b) Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de centre I passant par A est la distance IA

$IA = |z_A - z_I| = |z_{\overrightarrow{IA}}| = |-3,6 + 4,8i| = \sqrt{12,96+23,04}$

$\boxed{IA = 6}$

Le rayon de $\mathcal{C}$ est donc egal à 6.

c) Calculons la distance IM.

$IM = |z_M - z_I| = |5,4+1,3i-1,8+3,5i| = |3,6 + 4,8i| = IA = 6$

$\boxed{IM = 6}$

Donc le point M appartient à $\mathcal{C}$ car sa distance au centre est celle du rayon de $\mathcal{C}$.

55 page 55 : $z_A = 2+5i$; $z_B = -3i$

a) $z_{\overrightarrow{AM}} = z - z_A$ $\quad$ $z_{\overrightarrow{BM}} = z - z_B$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AM}} = z - 2 - 5i}$ $\quad$ $\boxed{z_{\overrightarrow{BM}} = z + 3i}$

b) $|z-2-5i| = |z+3i| \Leftrightarrow |z_{\overrightarrow{AM}}| = |z_{\overrightarrow{BM}}| \Leftrightarrow \boxed{AM = BM.}$

Ainsi, l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M dont l'affixe verifie : $|z-2-5i|=|z+3i|$ est la mediatrice du segment [AB]

60 page 55 :

a) $z_1 = -4i$

- $|z_1| = |-4| = \boxed{4}$
- Soit θ_1 tel que : $\theta_1 = \arg(z_1)\ [2\pi]$

Donc : $\begin{cases} \cos\theta_1 = 0 \\ \sin\theta_1 = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{2}}$

$\boxed{z_1 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)}$

b) Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de centre I passant par A est la distance IA

$IA = |z_A - z_I| = |z_{\vec{IA}}| = |-3,6 + 4,8i| = \sqrt{12,96+23,04}$

$\boxed{IA = 6}$

Le rayon de $\mathcal{C}$ est <u>donc égal à 6.</u>

c) Calculons la distance IM.

$IM = |z_M - z_I| = |5,4+1,3i-1,8+3,5i| = |3,6 + 4,8i| = IA = 6$

$\boxed{IM = 6}$

Donc le <u>point M appartient à $\mathcal{C}$</u> car sa distance au centre est celle du rayon de $\mathcal{C}$.

<u>55 page 55</u> : $z_A = 2+5i$; $z_B = -3i$

a) $z_{\vec{AM}} = z - z_A$ $\qquad$ $z_{\vec{BM}} = z - z_B$

$\boxed{z_{\vec{AM}} = z - 2 - 5i}$ $\qquad$ $\boxed{z_{\vec{BM}} = z + 3i}$

b) $|z-2-5i| = |z+3i| \Leftrightarrow |z_{\vec{AM}}| = |z_{\vec{BM}}| \Leftrightarrow \boxed{AM = BM.}$

Ainsi, l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M dont l'affixe vérifie : $|z-2-5i| = |z+3i|$ est <u>la médiatrice du segment [AB]</u>

<u>60 page 55</u> :

a) $z_1 = -4i$

- $|z_1| = |-4| = \boxed{4}$
- Soit θ_1 tel que : $\theta_1 = \arg(z_1)\ [2\pi]$

Donc : $\begin{cases} \cos\theta_1 = 0 \\ \sin\theta_1 = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{2}}$

$\boxed{z_1 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)}$

b) Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de centre I passant par A est la distance IA

$IA = |z_A - z_I| = |z_{\overrightarrow{IA}}| = |-3,6 + 4,8i| = \sqrt{12,96+23,04}$

$\boxed{IA = 6}$

Le rayon de $\mathcal{C}$ est donc égal à 6.

c) Calculons la distance IM.

$IM = |z_M - z_I| = |5,4+7,3i-1,8+3,5i| = |3,6 + 4,8i| = IA = 6$

$\boxed{IM = 6}$

Donc le point M appartient à $\mathcal{C}$ car sa distance au centre est celle du rayon de $\mathcal{C}$.

55 page 55 : $z_A = 2+5i$; $z_B = -3i$

a) $z_{\overrightarrow{AM}} = z - z_A$ $\qquad$ $z_{\overrightarrow{BM}} = z - z_B$

$\boxed{z_{\overrightarrow{AM}} = z - 2 - 5i}$ $\qquad$ $\boxed{z_{\overrightarrow{BM}} = z + 3i}$

b) $|z-2-5i| = |z+3i| \iff |z_{\overrightarrow{AM}}| = |z_{\overrightarrow{BM}}| \iff \boxed{AM = BM.}$

Ainsi, l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M dont l'affixe vérifie : $|z-2-5i| = |z+3i|$ est la médiatrice du segment [AB]

60 page 55 :

a) $z_1 = -4i$

- $|z_1| = |-4| = \boxed{4}$
- Soit θ_1 tel que : $\theta_1 = \arg(z_1)\ [2\pi]$

Donc : $\begin{cases} \cos\theta_1 = 0 \\ \sin\theta_1 = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases} \iff \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{2}}$

$\boxed{z_1 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)}$

Exercice I

100 *page* 61

$\mathcal{E} = \{M(z) \,/\, z \neq 0 ; z \neq 1 \text{ et } z \neq -1\}$. Rappel : U a pour affixe 1.

$M(z) \in \mathcal{E}$; $N(z^2)$ et $P(z^3)$.

1) Par l'absurde : Si au moins deux points étaient confondus, on aurait.

$\underbrace{z = z^2}$ ou $\underbrace{z = z^3}$ ou $\underbrace{z^2 = z^3}$

$\underbrace{z(1-z) = 0}$ ou $z(1-z^2) = 0$ ou $z^2(1-z) = 0$

$(z=0 \text{ ou } z=1)$ ou $(z=0 \text{ ou } z=-1 \text{ ou } z=1)$ ou $(z=0 \text{ ou } z=1)$, Bref $M(z) \notin \mathcal{E}$: absurde.

donc M, N et P sont deux à deux distincts.

2a) $z_{\vec{MN}} = z_N - z_M = z^2 - z$

$z_{\vec{MP}} = z_P - z_M = z^3 - z$

$z_{\vec{NP}} = z_P - z_N = z^3 - z^2$.

2b) MNP est rectangle en P équivaut à : $MN^2 = MP^2 + NP^2$

OR, $MN^2 = \|\vec{MN}\|^2 = |z^2 - z|^2$; $MP^2 = \|\vec{MP}\|^2 = |z^3 - z|^2$ et $NP^2 = \|\vec{NP}\|^2 = |z^3 - z^2|^2$.

Par suite, MNP est rectangle en P équivaut à : $|z^2 - z|^2 = |z^3 - z|^2 + |z^3 - z^2|^2$

d'après 1) $z^2 - z \neq 0$, donc $|z^2 - z| \neq 0$, donc $|z^2 - z|^2 \neq 0$ et par suite :

$$\frac{|z^2 - z|^2}{|z^2 - z|^2} = \frac{|z^3 - z|^2 + |z^3 - z^2|^2}{|z^2 - z|^2}$$

$$1 = \frac{|z(z^2-1)|^2 + |z^2(z-1)|^2}{|z(z-1)|^2} = \frac{|z(z+1)(z-1)|^2}{|z(z-1)|^2} + \frac{|z^2(z-1)|^2}{|z(z-1)|^2}$$

$$1 = \left|\frac{\cancel{z}(z+1)\cancel{(z-1)}}{\cancel{z}\cancel{(z-1)}}\right|^2 + \left|\frac{z^{\cancel{2}}\cancel{(z-1)}}{\cancel{z}\cancel{(z-1)}}\right|^2 = |z+1|^2 + |z|^2.$$

Aussi on a bien : M ∈ rectangle en P équivaut à : $|z+1|^2+|z|^2=1$.

c) $|z+1|^2+|z|^2=1 \iff (z+1)(\overline{z+1})+z\bar{z}=1$ car $|z|^2=z\bar{z}$.

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff (z+1)(\bar{z}+1)+z\bar{z}=1$ car $\bar{1}=1$ et $\overline{z+1}=\bar{z}+\bar{1}=\bar{z}+1$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff z\bar{z}+z+\bar{z}+1+z\bar{z}=1$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff 2z\bar{z}+2\mathrm{Re}(z)=0$

$\div 2$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff z\bar{z}+\mathrm{Re}(z)=0$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff z\bar{z}+\frac{1}{2}(z+\bar{z})=0$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff z\bar{z}+\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}\bar{z}=0$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff z\bar{z}+\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}\bar{z}+\frac{1}{4}=0+\frac{1}{4}$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff \underbrace{z\bar{z}+\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}\bar{z}+\frac{1}{4}}_{\text{factorisation}}=\frac{1}{4}$

$|z+1|^2+|z|^2=1 \iff (z+\frac{1}{2})(\bar{z}+\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$

$$\boxed{|z+1|^2+|z|^2=1 \iff (z+\tfrac{1}{2})(\overline{z+\tfrac{1}{2}})=\tfrac{1}{4}}$$ car $\bar{z}+\frac{1}{2}=\bar{z}+\bar{\frac{1}{2}}=\overline{(z+\frac{1}{2})}$

d) Grâce à 2b) et 2c), M ∈ rectangle en P avec $M(z)\in\mathcal{E}$ équivaut à : $(z+\frac{1}{2})(\overline{z+\frac{1}{2}})=\frac{1}{4}$

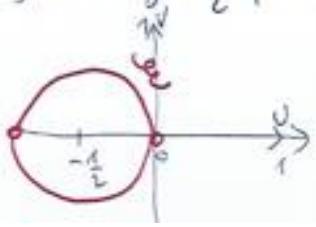
c'est à dire à $|z+\frac{1}{2}|^2=\frac{1}{4}$ vu que $z\bar{z}=|z|^2$!

Par positivité du module, cela revient encore à dire que $|z+\frac{1}{2}|=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$, donc à $|z_M-(-\frac{1}{2})|=\frac{1}{2}$

M appartient donc au cercle de centre $\Omega(-\frac{1}{2})$ et de rayon $\frac{1}{2}$ privé des points W et O

car $|-1+\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$ et $|0+\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$

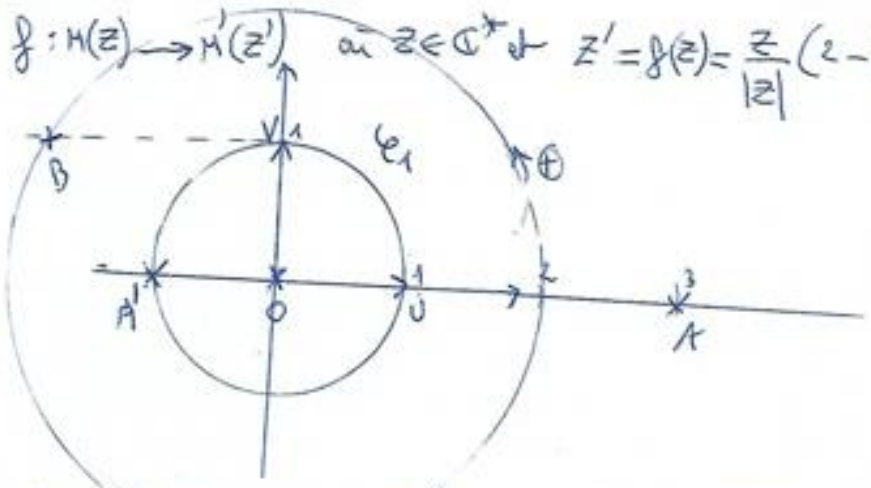
$$\boxed{\mathcal{E}=\mathcal{C}(\Omega;\tfrac{1}{2})-\{W;O\}}$$



101 *page* **61**

$\boxed{101}$ $f : M(z) \longrightarrow M'(z')$ où $z \in \mathbb{C}^*$ et $z' = f(z) = \frac{z}{|z|}(2-|z|)$.

1)



2) $z \neq 0$, donc $z = r(\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$ où $r = |z|$ et $\arg(z) = \alpha\,[2\pi]$.

$\boxed{z'} = \frac{z}{|z|}(2-|z|) = \frac{r(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))}{r}(2-r) = \boxed{(2-r)(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))}$

3) a) $a = 3$, donc $\boxed{a'} = f(a) = f(3) = \frac{3}{|3|}(2-|3|) = \frac{3}{3}(2-3) = \boxed{-1}$: A' est diamétralement opposé à U.

$b' = f(b) = f(-\sqrt{3}+i)$ et $-\sqrt{3}+i = 2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$; $r = 2$ et $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ (faire un dessin).

$\boxed{b'} \overset{q2}{=} (2-2)\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right) = \boxed{0}$: B' est confondu avec O.

b) B est à l'intersection du cercle de centre O et de rayon 2 et de la droite d'équation $y = 1$, c'est le point donc l'affixe a une partie réelle négative.

4a) $\mathcal{E} = \{M(z) \text{ avec } z \neq 0,\ f(M) = 0\}$.

4b) $M(z) \in \mathcal{E} \iff z \neq 0$ et $f(z) = 0 \iff z \neq 0$ et $\frac{z}{|z|}(2-|z|) = 0 \overset{\text{car } z\neq 0}{\iff} |z| = 2$

Ainsi $\boxed{\mathcal{E} \text{ est le cercle de centre O et de rayon 2}}$ (tracé à la question précédente).

6) $M \neq O$ donc $z \neq 0$.

$M \notin \mathcal{C}_1$, donc $|z| \neq 1$ car $\mathcal{C}_1$ est l'ensemble des nombres complexes de module égal à 1.

I = Milieu de $[MM']$.

$I\left(\frac{z+z'}{2}\right)$, donc $z_I = \frac{z+z'}{2} \overset{q2}{=} \frac{z + \frac{z}{|z|}(2-|z|)}{2} = \frac{z}{2}\left(1 + \frac{2-|z|}{|z|}\right) = \frac{z}{2}\left(\cancel{1} + \frac{2}{|z|} - \cancel{1}\right)$

$\boxed{z_I = \frac{z}{|z|}}$ Donc $|z_I| = \left|\frac{z}{|z|}\right| = \frac{|z|}{|z|} = 1$: donc $\boxed{I \in \mathcal{C}_1}$

Exercice II

109 *page* 63

z est un nombre complexe de module égal à 1, n est un entier naturel tel que $z^{2n} \neq -1$.

Enfin, $Z = \frac{z^n}{1+z^{2n}}$.

Pour montrer que Z est réel, prouvons par exemple que : $\bar{Z} = Z$.

Calculons donc $\bar{Z}$:

$$\bar{Z} = \overline{\frac{z^n}{1+z^{2n}}} = \frac{\overline{z^n}}{\overline{1+z^{2n}}} = \frac{\overline{z}^n}{1+\overline{z}^{2n}}$$

Or, $|z| = 1$ donc : $|z|^2 = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$

Donc : $$\bar{Z} = \frac{\left(\frac{1}{z}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{z}\right)^{2n}} = \frac{\frac{1}{z^n}}{1+\frac{1}{z^{2n}}} = \frac{\frac{1}{z^n}}{\frac{z^{2n}+1}{z^{2n}}} = \frac{1}{z^n} \times \frac{z^{2n}}{1+z^{2n}} = \frac{z^n}{1+z^{2n}}$$

Ainsi : $\boxed{\bar{Z} = Z}$

Donc : $\forall n \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{C}, \boxed{\frac{z^n}{1+z^{2n}} \in \mathbb{R}}$ avec : $z^{2n} \neq -1$.

Exercice III

112 page 63

12 $M(z)$ avec $z \neq 0$

$M'(z')$ avec $z' = \frac{-1}{z}$

1a) $\boxed{\overline{z'}} = \frac{-1}{\overline{z}} = \frac{-1 \times z}{\overline{z} \times z} = \boxed{\frac{-z}{|z|^2}}$

b) Or $z_{\overrightarrow{OM'}} = z'$ et $z_{\overrightarrow{OM}} = z$, donc la précédente relation s'écrit : $\overrightarrow{OM'} = -\frac{1}{|z|^2}\overrightarrow{OM}$ avec

$-\frac{1}{|z|^2} \in \mathbb{R}_-^*$: $\underline{\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}}$ où $k = -\frac{1}{|z|^2}$ donc $\underline{\overrightarrow{OM} \text{ et } \overrightarrow{OM'} \text{ sont colinéaires et par suite}}$

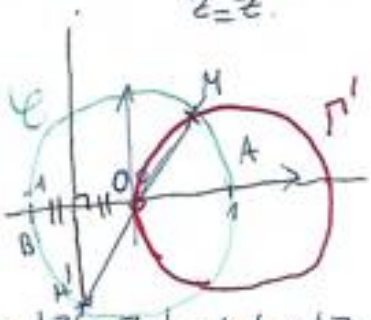
ayant l'origine O en commun, on a bien $\boxed{O, M, M' \text{ sont alignés}}$.

2) $\boxed{\overline{z'+1}} = \overline{z'} + \overline{1} = \overline{z'} + 1 = \overline{\left(-\frac{1}{z}\right)} + 1 \underset{\overline{\overline{z}} = z}{=} \frac{-1}{z} + 1 = -\frac{1}{z} + \frac{z}{z} = \boxed{\frac{1}{z}(z-1)}$.

3) $z_A = 1$ et $z_B = -1$

$O \in \Gamma$, donc $OA = r = 1$

donc $\Gamma' = \Gamma - \{O\}$



a) $M \in \Gamma'$, donc $AM = 1$, donc $|z_M - z_A| = 1$, donc $|z-1| = 1$ en notant z l'affixe de M.

D'après q.2), $\overline{z'+1} = \frac{1}{z}(z-1)$, donc $|\overline{z'+1}| = \left|\frac{1}{z}(z-1)\right|$

Or, $\forall w \in \mathbb{C}$, $|\overline{w}| = |w|$, donc $\boxed{|z'+1|} = \left|\frac{1}{z}\right| \times |z-1| = \frac{1}{|z|} \times 1 \overset{\text{car } |z-1|=1}{=} \frac{1}{|z|} = \left|\frac{-1}{z}\right| = \boxed{|z'|}$

$\frac{1}{|z|} = \frac{|1|}{|z|} = \frac{|-1|}{|z|}$

$|z'+1| = |z'| \iff |z' - (-1)| = |z'| \iff M'B = M'O \iff$ M' appartient à la médiatrice de $[OB]$.

b) M' appartient à la médiatrice de $[OB]$ que l'on trace.

De plus O, M, M' sont alignés : on trace (OM) qui coupe cette médiatrice en le point M' cherché.

4) $\mathcal{C}$ = cercle de diamètre $[AB]$. $M \in \mathcal{C}$. $\mathcal{C}$ a pour centre O et pour rayon 1.

Or $OM' = |z'| = \left|\frac{-z}{|z|^2}\right| = \frac{|-z|}{|z|^2} = \frac{|z|}{|z|^2} = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{1} = 1$ car $z \in \mathcal{C}$, donc $|z| = 1$!

donc $M' \in \mathcal{C}$: la construction en de Zouche en le trouvant que O, M, M' sont alignés,

b) $z_I = \frac{z}{|z|}$ donc $\underbrace{\arg(z_I)}_{} = \underbrace{\arg(z)}_{}$ car $|z| > 0$

$$(\vec{OU}; \vec{OI}) = (\vec{OU}; \vec{OM}) \ [2\pi]$$

donc M appartient à la demi-droite $[OM)$.

c) on place M, puis I qui est à l'intersection de $\mathcal{C}_1$ et de $[OM)$.

Ensuite, comme I est le milieu de $[MM']$, M' s'obtient en symétrisant M par rapport au point I.