Maths experte groupe 1 ***Contrôle numéro 2*** **(≈45 *minutes*)** ***Mardi 10 Octobre 2023***

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Calculatrices interdites !

Exercice I **(*Environ 4 points*)**

a) Ecrire toutes les décompositions de 15 en un produit de deux entiers naturels.

b) Déterminer, en justifiant, tous les couples d'entiers naturels $(x\ ;\ y)$ tels que : $4x^2 - y^2 = 15$.

Exercice II **(*Environ 8 points*) (*Les quatre questions sont indépendantes.*)**

1) Considérons l'affirmation : ***« Si un entier est un multiple de 4, alors cet entier est pair ».***

a) Démontrer que cette affirmation est vraie.

b) Ecrire la réciproque de la contraposée de cette affirmation, puis déterminer, en justifiant, si cette dernière est vraie ou fausse en justifiant.

---

2) Soit a, b et c trois entiers avec c non nul.

Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse :

« Si c divise ab, alors c divise a ou c divise b. »

---

3) Soit n un entier naturel.

Démontrer que si n^3 est impair, alors n est impair.

Indication : Penser à utiliser ici la contraposée.

---

4) On appelle triplet PYTHAGORICIEN tout triplet d'entiers (a, b, c) tels que : $a^2+b^2=c^2$.

i) Citer un triplet Pythagoricien.

ii) Démontrer qu'il n'existe aucun triplet Pythagoricien formé de trois entiers impairs.

iii) En déduire qu'il n'existe aucun triplet Pythagoricien formé d'un nombre impair d'entiers impairs.

Exercice III **(*Environ 3 points*)**

La somme de deux entiers naturels a et b non nuls est égale à 434.

Dans la division euclidienne de a par b, le quotient est égal à 4 et le reste r est un chiffre pair.

Déterminer, en justifiant votre démarche, la valeur de a, b et r.