
BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
Session Blanche Janvier 2023
Lycée Alphonse BENOIT – L'Isle-sur-la-Sorgue

Spécialité Mathématiques
Durée de l'épreuve : 4 heures
Coefficient : 16

SUJET

L'usage de la calculatrice en mode examen uniquement est autorisé.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6.



Vous traiterez les exercices 2 et 3 sur la même copie.

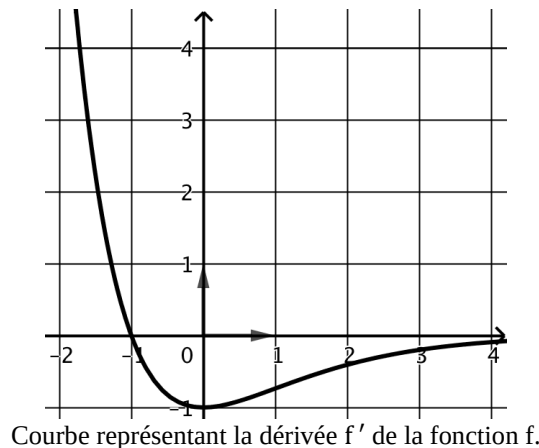
Chacun des exercices 1 et 2 sera à traiter sur des copies différentes.

Exercice 1 –**5 points**• **Partie A :**

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe représentant la fonction dérivée f' d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.

À l'aide de cette courbe, conjecturer, en justifiant les réponses :

- 1) Le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
- 2) La convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

• **Partie B :**

On admet que la fonction f mentionnée dans la partie A est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x + 2)e^{-x}$$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' et f'' les fonctions dérivées première et seconde de f respectivement.

- 1) a) Montrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = \frac{x}{e^x} + 2e^{-x}$
- b) En déduire la limite de f en $+\infty$.
- c) Justifier que la courbe C admet une asymptote que l'on précisera.

On admet que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

- 2) a) Montrer que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = (-x - 1)e^{-x}$.
- b) Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction f et dresser son tableau de variations.
- c) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-2; -1]$ dont on donnera une valeur approchée à 10^{-1} près.
- 3) a) Déterminer, pour tout nombre réel x , l'expression de $f''(x)$.
- b) Étudier la convexité de la fonction f .
- c) Que représente pour la courbe C son point A d'abscisse 0 ?

Exercice 2 –**5 points**

Au basket-ball, il existe deux types de tir :

- Les tirs à deux points.
Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- Les tirs à trois points.
Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1) Stéphanie réalise un tir.

On considère les événements suivants :

D : « il s'agit d'un tir à deux points ».

R : « le tir est réussi ».

- a) Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
- b) Calculer la probabilité $P(\overline{D} \cap R)$.
- c) Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
- d) Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir au centième.

2) Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis parmi les dix tirs.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

- a) Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
- b) Calculer la probabilité que Stéphanie réussisse exactement 3 tirs. On détaillera le calcul.
- c) Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
- d) Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3) Soit n un entier naturel non nul.

Stéphanie souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

- a) Exprimer en fonction de n , la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi ses n tirs.
- b) À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que

Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à 0,99.

Exercice 3 –**5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère :

- la droite d passant par les points $A(1 ; 1 ; -2)$ et $B(-1 ; 3 ; 2)$.
- la droite d' de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 6 - 3t \\ z = 8 - 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

• QUESTION 1 :

Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite d' ?

a) $M_1(-1 ; 3 ; -2)$	b) $M_2(11 ; -9 ; -22)$	c) $M_3(-7 ; 9 ; 2)$	d) $M_4(-2 ; 3 ; 4)$
-----------------------	-------------------------	----------------------	----------------------

• QUESTION 2 :

Un vecteur directeur de la droite d' est :

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$	b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$	c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$	d) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
---	--	--	---

• QUESTION 3 :

Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

a) $\begin{cases} x = -2 + t' \\ y = 2 + t' \\ z = 4 - 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$	b) $\begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 2 + 4t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$	c) $\begin{cases} x = -1 - t' \\ y = 3 + t' \\ z = 2 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$	d) $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = -2 - 4t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$
--	---	--	--

• QUESTION 4 :

Les droites d et d' sont :

a) sécantes	b) strictement parallèles	c) non coplanaires	d) confondues
-------------	---------------------------	--------------------	---------------

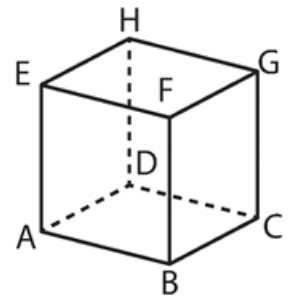
• QUESTION 5 :

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -7,5 \end{pmatrix}$. Alors :

a) $\vec{w} = -2\vec{u} - 1,5\vec{v}$	b) $\vec{w} = -3\vec{u} + \vec{v}$	c) $3\vec{u} + 2\vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$	d) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
---------------------------------------	------------------------------------	--	--

• QUESTION 6 :

On considère un cube ABCDEFGH muni d'un repère $(D ; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$.
Les coordonnées du milieu de [FG] sont :



a) $(1 ; 0,5 ; 1)$	b) $(0,5 ; 1 ; 1)$	c) $(1 ; 1 ; 0,5)$	d) $(-0,5 ; 1 ; 1)$
--------------------	--------------------	--------------------	---------------------

• QUESTION 7 :

La fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ a pour dérivée :

a) $f'(x) = \frac{4e^{4x}-1}{(e^{2x}+1)^2}$	b) $f'(x) = \frac{-4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$	c) $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$	d) $f'(x) = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$
---	--	---	---

• QUESTION 8 :

Soit la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

La courbe représentative de la fonction f admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

a) $x = -1$	b) $y = 0$	c) $y = 1$	d) $x = 1$
-------------	------------	------------	------------

Exercice 4 –

5 points

Cécile a invité ses amis à déjeuner sur sa terrasse.

Elle a prévu en dessert un assortiment de gâteaux individuels qu'elle a achetés surgelés.

Elle sort les gâteaux du congélateur à -19°C et les apporte sur la terrasse où la température est de 25°C .

Au bout de 10 minutes, la température des gâteaux est de $1,3^{\circ}\text{C}$.

I- Premier Modèle

On suppose que la vitesse de décongélation est constante, c'est-à-dire que l'augmentation de la température est la même minute après minute.

Selon ce modèle, déterminer quelle serait la température des gâteaux 25 minutes après leur sortie du congélateur.

Ce modèle semble-t-il pertinent ?

II- Second modèle

On note T_n la température des gâteaux en degré Celsius, au bout de n minutes après leur sortie du congélateur.

Ainsi, $T_0 = -19$.

On admet que pour modéliser l'évolution de la température des gâteaux, on doit avoir la relation suivante :

Pour tout entier naturel n , $T_{n+1} - T_n = -0,06 \times (T_n - 25)$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $T_{n+1} = 0,94T_n + 1,5$.
2. Calculer T_1 et T_2 . On donnera les valeurs arrondies au dixième près.
3. Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , on a : $T_n \leq 25$.
En revenant à la situation étudiée, en quoi ce résultat était-il prévisible ?
4. Etudier le sens de variation de la suite (T_n) .
5. Démontrer que la suite (T_n) est convergente.
6. On pose pour tout entier naturel n , $U_n = T_n - 25$.
 - a) Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme U_0 .
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n , $T_n = -44 \times 0,94^n + 25$.
 - c) En déduire la limite de la suite (T_n) . Interpréter ce résultat dans le contexte de la situation étudiée.
7.
 - a) Le fabricant conseille de consommer les gâteaux au bout d'une demi-heure à température ambiante après leur sortie du congélateur.
Quelle est alors la température atteinte par les gâteaux ? On donnera une valeur arrondie à l'entier le plus proche.
 - b) Cécile est une habituée de ces gâteaux, qu'elle aime déguster lorsqu'ils sont encore frais, à la température de 10°C . Donner un encadrement entre deux entiers consécutifs du temps en minutes après lequel Cécile doit déguster son gâteau.
 - c) Le programme suivant, écrit en langage Python, doit renvoyer après son exécution la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle $T_n \geq 10$.

```
def seuil() :  
    n=0  
    T = .....  
    while T.....  
        T = .....  
        n = .....  
    return n
```

Recopier ce programme sur la copie et compléter les lignes incomplètes afin que le programme renvoie la valeur attendue.