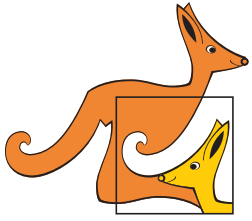


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

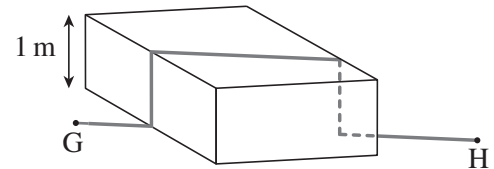
Jeu-concours 2020 — Durée : 50 minutes

Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés par niveau : 1^{ère} (spéc. math.), T^{ale} S, Étudiants (Bac+).**

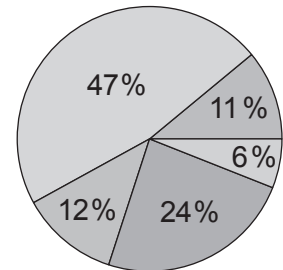
- 1** L'année 2020, comme l'année 1515, s'écrit en répétant le même nombre à deux chiffres. Combien de fois ce phénomène se produit-il en tout au 21^e siècle ?
- A) 1 B) 10 C) 15 D) 20 E) 100

- 2** Une fourmi marche chaque jour d'un point G à un point H, distants de 5 m. Un jour, des humains placent un obstacle (de 1 mètre de hauteur) qui l'oblige à monter et descendre verticalement (voir figure). Quelle est alors la longueur de son parcours ?
- A) 6 m B) $5 + \sqrt{2}$ m C) 7 m
D) $6 + \sqrt{2}$ m E) cela dépend de l'angle choisi pour poser l'obstacle



- 3** Quelle est la somme du chiffre des dizaines et du chiffre des unités du nombre égal à : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

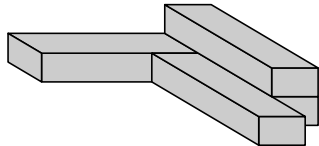
- 4** Le diagramme montre comment les élèves de mon lycée s'y rendent. Il y a environ le même nombre d'élèves qui viennent en voiture et en marchant. Ceux qui viennent à vélo sont approximativement le double de ceux qui utilisent les transports en commun. Les autres viennent en trottinette. Quel est le pourcentage de ceux qui viennent en trottinette ?
- A) 6 % B) 11 % C) 12 % D) 24 % E) 47 %



- 5** René a marqué avec précision les points d'abscisse p et q sur la droite numérique.



- Un des points A, B, C, D ou E a pour abscisse le produit pq . Lequel ?
- A) A B) B C) C D) D E) E

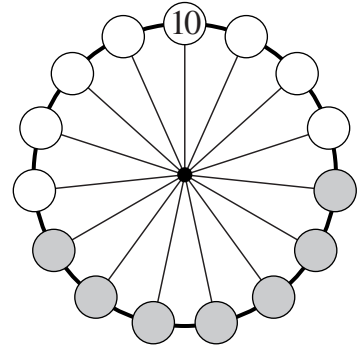
- 6** Combien vaut $2020^2 - 2021 \times 2019$?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- 7** Soient a , b , et c des entiers tels que $1 \leq a \leq b \leq c$ et $abc = 1\,000\,000$.
 Quelle est la plus grande valeur possible de b ?
 A) 100 B) 250 C) 500 D) 1000 E) 2000
- 8** Si c chiens pèsent k kilogrammes et e éléphants pèsent autant que m chiens, combien de kilogrammes pèse un éléphant ?
 A) $ckem$ B) $\frac{ck}{em}$ C) $\frac{ke}{cm}$ D) $\frac{km}{ce}$ E) $\frac{cm}{ke}$
- 9** Deux dés ont chacun 2 faces rouges, 2 faces bleues et 2 faces blanches. On lance simultanément les 2 dés. Quelle est la probabilité qu'ils montrent tous les deux la même couleur ?
 A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$
- 10** La figure ci-contre montre une addition de cinq nombres à 3 chiffres dont le résultat est 2664.
 Chaque lettre représente toujours le même chiffre.
 Combien vaut $V+W+X+Y+Z$?
 A) 4 B) 14 C) 24 D) 34 E) 44
- | | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| | V | W | X | |
| + | W | X | Y | |
| + | X | Y | Z | |
| + | Y | Z | V | |
| + | Z | V | W | |
| <hr/> | | | | |
| | 2 | 6 | 6 | 4 |
- 11** Sachant que $2x+y=3$, combien vaut $3x+2y$?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) $3x+2y$ est indéterminé
- 12** Cinq pièces sont posées sur la table, toutes côté pile. À chaque étape, on doit retourner exactement 3 pièces. Combien d'étapes au minimum seront nécessaires pour que les cinq pièces soient toutes du côté face ?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- 13** Quatre blocs parallélépipédiques identiques sont collés entre eux pour réaliser la structure montrée sur la figure. Pour peindre entièrement les 6 faces d'un seul parallélépipède il faut exactement 1 litre de peinture. Combien de litres de peinture faudra-t-il pour peindre entièrement (dessous compris) cette structure ?
 A) $2,5$ B) 3 C) $3,25$ D) $3,5$ E) 4
- 
- 14** Combien vaut $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$?
 A) 2020 B) 3030 C) 4040 D) 6060 E) 7070

- 15** Les deux premiers chiffres (à partir de la gauche) d'un nombre de 100 chiffres sont « 29 ». Combien de chiffres comporte le carré de ce nombre ?
 A) 101 B) 199 C) 200 D) 201 E) 202

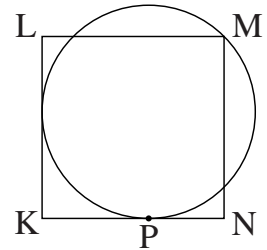


- 16** Soient x, y et z trois entiers et $T = (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$. Parmi les valeurs proposées ci-dessous, laquelle ne peut pas être celle de T ?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) 8

- 17** On place 15 nombres sur une roue.
 Un des ces nombres est 10.
 De plus, la somme de 7 nombres consécutivement voisins sur le cercle (comme le sont par exemple les positions en gris sur la figure) est toujours la même.
 Combien y a-t-il de nombres différents écrits sur la roue ?
 A) 1 B) 2 C) 5
 D) 10 E) 15

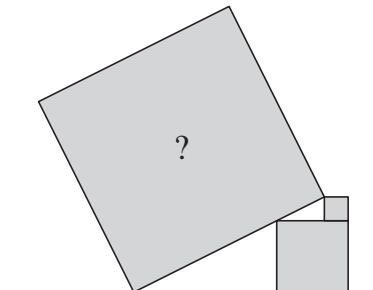


- 18** Soit un rectangle KLMN et un cercle passant par M et tangent aux côtés [KL] et [KN] (voir figure). Appelons P le point de tangence sur [KN]. Si $KP = 5$ et $PN = 4$, alors combien vaut l'aire du rectangle KLMN ?
 A) 25π B) 72 C) 63
 D) 81 E) 27π

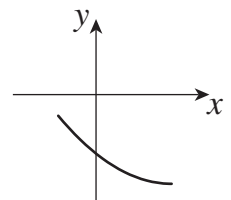


- 19** La suite (u_n) est définie par $u_1 = 1, u_2 = 3$, et, pour tout $n \geq 1, u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$. Parmi les 2020 premiers termes de cette suite, combien sont pairs ?
 A) 673 B) 674 C) 1010 D) 1011 E) 1347

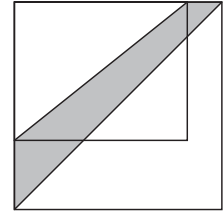
- 20** Un grand carré s'appuie sur deux autres carrés comme le montre la figure. Les aires des deux carrés les plus petits sont 1 et 9. Quelle est l'aire du grand carré ?
 A) 49 B) 80 C) 81
 D) 82 E) 100



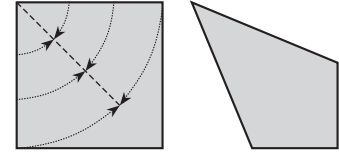
- 21** La figure ci-contre montre une petite partie d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$. Lequel des cinq nombres suivants est positif ?
 A) c B) $b + c$ C) ac
 D) bc E) ab



- 22** Un jardin est initialement rectangulaire. On agrandit l'un de ses côtés de 20 % et l'autre de 50 %. Deux diagonales délimitent une partie (grisée sur la figure) du jardin agrandi. Si l'aire de la partie grisée est 30 m^2 , quelle est l'aire du jardin initial ?
 A) 60 m^2 B) 65 m^2 C) 70 m^2 D) 75 m^2 E) 80 m^2

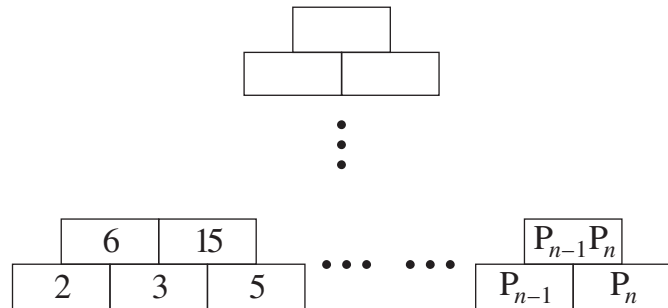


- 23** Agnès prend une feuille de papier carrée de côté 1. Elle fait deux plis, chacun ramenant un côté du carré sur une diagonale, comme le montre le dessin. Elle obtient ainsi un quadrilatère. Quelle est l'aire de ce quadrilatère ?



- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{3}{5}$

- 24** La ligne du bas d'un tableau pyramidal contient, de gauche à droite, les n premiers nombres premiers : $2, 3, 5, \dots, P_n$. Ensuite, chaque case contient le produit des 2 nombres situés juste en dessous. Le nombre écrit au sommet de la pyramide est le seul divisible par 3^8 . Combien la pyramide contient-elle de nombres divisibles par 7 ?



- A) 8 B) 16 C) 24 D) 28 E) 36

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Huit entiers positifs et consécutifs, à trois chiffres, ont cette propriété : chacun des huit est divisible par son chiffre des unités. Quelle est la différence entre le chiffre des centaines et celui des dizaines du plus petit de ces huit entiers ?
- 26** En début de journée, un marchand de glaces propose 16 parfums et Marie choisit une glace à 2 parfums différents. Elle a beaucoup de choix, M choix exactement. Le soir, certains parfums sont épuisés. Lisa souhaite alors une glace à 3 parfums différents, elle a beaucoup de choix, L choix exactement. Étonnamment, $L = M$. Combien de parfums ont été épuisés entre les passages de Marie et Lisa ?

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org