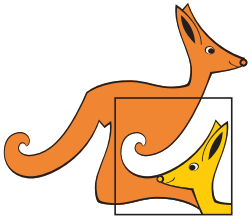


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2012 — Durée : 50 minutes

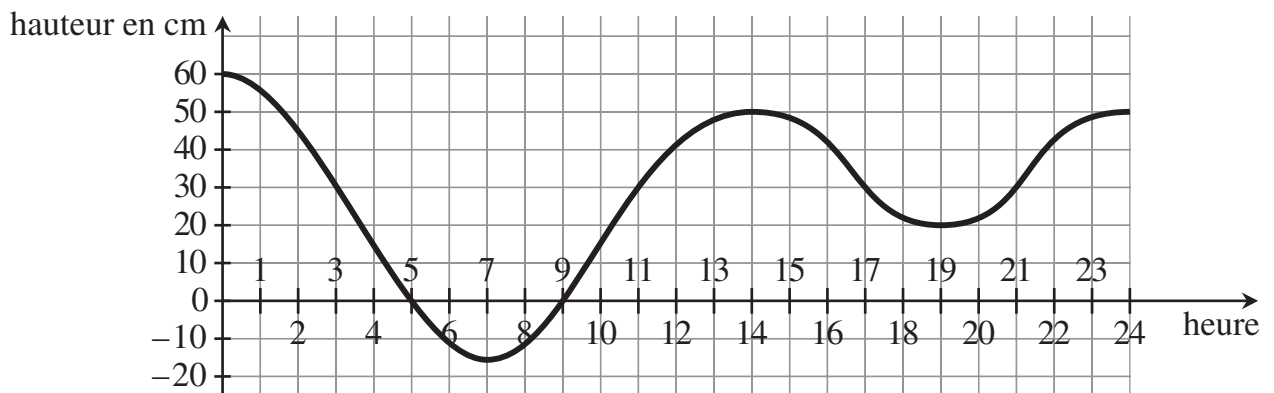
Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés pour les Première S, les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**

1 La somme des chiffres d'un nombre ayant 2012 chiffres est 2011.
Quel est le produit de ces chiffres ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 2011 E) 2012

2 À Venise, la mer est soumise à des petites marées. Voici le graphique donnant la hauteur de l'eau (par rapport au niveau zéro) la journée du 6 mai 2011.



Ce jour-là, pendant combien de temps la hauteur de l'eau a-t-elle dépassé les 30 cm ?

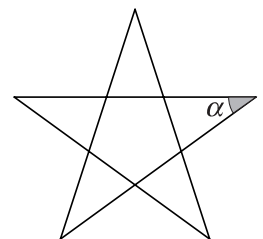
- A) 5 h B) 6 h C) 7 h D) 9 h E) 12 h

3 On considère cinq nombres pairs consécutifs. Quelle est la plus grande différence entre deux de ces nombres ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

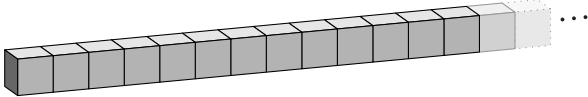
4 Quelle est la valeur de l'angle α dans l'étoile à cinq sommets formant un polygone régulier à cinq côtés ?

- A) 24° B) 30° C) 36°
D) 45° E) 72°

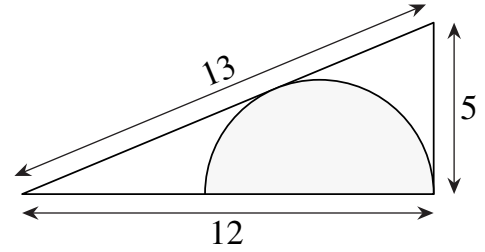


5 Kangy pesait entre 59 kg et 64 kg ; il a perdu entre 6 et 8 kg.
Lequel de ces poids ne peut pas être celui de Kangy ?

- A) 59 kg B) 57 kg C) 55 kg D) 52 kg E) aucun de ces quatre poids

- 6** Parmi les fonctions suivantes laquelle vérifie, pour tout x non nul, $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$?
 A) $f(x) = \frac{2}{x}$ B) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ C) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ D) $f(x) = \frac{1}{x}$ E) $f(x) = x + \frac{1}{x}$
- 7** Parmi ces cinq nombres : $\sqrt{7}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$; $\frac{2^5}{5^2}$; combien sont compris entre 2 et 3 ?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 8** Dans une liste de cinq nombres, le premier est 2 et le dernier 12. Le produit des trois premiers nombres de cette liste est 30 ; le produit des trois situés au milieu est 90 ; et le produit des trois derniers est 360. Quel est le nombre situé au milieu de la liste ?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10
- | | | | | |
|---|--|--|--|----|
| 2 | | | | 12 |
|---|--|--|--|----|
- 9** Dans un grand jardin rectangulaire partagé en deux parties comme sur la figure, Claude cultive des pois et des fraises. Cette année il a transformé son rectangle planté de pois en un carré en allongeant un des côtés de ce rectangle de 3 m. Le champ de fraises a alors diminué de 15 m^2 . Quelle était la surface initiale du champ de pois ?
 A) 5 m^2 B) 9 m^2 C) 10 m^2 D) 15 m^2 E) 18 m^2
- | l'année dernière | cette année |
|------------------|-------------|
| pois | pois |
| fraises | fraises |
- 10** Mon âge est une puissance de 2 s'écrivant avec deux chiffres ; celui de mon cousin est une puissance de 5 s'écrivant avec deux chiffres. La somme des chiffres de nos âges est un nombre impair. Quel est le produit des chiffres de nos âges ?
 A) 240 B) 2010 C) 60 D) 50 E) 300
- 11** Kangourou dispose de dés usuels (la somme des nombres sur deux faces opposées vaut toujours 7) ; il peut coller deux faces de deux dés si elles portent le même nombre. Il forme ainsi une barre de dés et il voudrait que la somme de tous les nombres sur les faces extérieures de cette barre fasse 2012. Combien de dés doit-il utiliser ?
 A) 70 B) 71 C) 142 D) 143 E) un total de 2012 points est impossible
- 
- 12** Dans un lycée français aux Etats-Unis, un professeur note de 1 à 5, de la meilleure note 1 à la plus mauvaise 5. Dans la classe de Murielle, la moyenne est 3 ; les garçons n'ont pas été très bons, leur moyenne est 3,2 alors que celle des filles est 2,6. Laquelle des affirmations suivantes est certaine ?
 A) Il y a deux fois plus de filles que de garçons dans la classe.
 B) Il y a quatre fois plus de filles que de garçons dans la classe.
 C) Il y a deux fois plus de garçons que de filles dans la classe.
 D) Il y a quatre fois plus de garçons que de filles dans la classe.
 E) Il y a le même nombre de filles que de garçons dans la classe.

- 13** La figure montre un triangle rectangle dont les longueurs des côtés sont 5, 12 et 13 et un demi-cercle centré sur le côté de longueur 12 et tangent aux deux autres côtés. Combien vaut le rayon du cercle ?



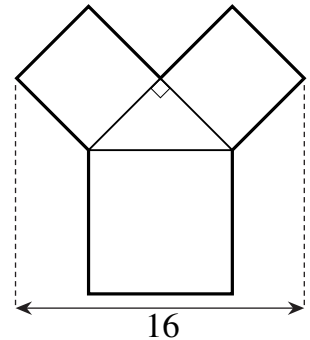
- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{12}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{17}{3}$

- 14** Une agence de voyages a conduit un groupe de touristes en Sicile ; sur place elle a organisé quatre excursions facultatives ; chacune de ces excursions a eu le même taux de participation : 80% des voyageurs du groupe. Quel est le plus petit pourcentage possible des voyageurs du groupe ayant participé aux quatre excursions ?

- A) 80 % B) 60 % C) 40 % D) 20 % E) 16 %

- 15** La figure représente un curieux champ de roses (un polygone à neuf côtés). Dans les deux carrés égaux, on cultive des roses blanches, dans le troisième carré des roses rouges, et dans le triangle rectangle des roses jaunes. La « largeur » de ce champ est de 16 m. Quelle est la surface totale de ce champ de roses ?

- A) 114 m^2 B) 130 m^2 C) 144 m^2
D) 160 m^2 E) 186 m^2



- 16** Un nombre réel x vérifie $x^3 < 64 < x^2$. Quelle affirmation est vraie ?

- A) $0 < x < 64$ B) $-8 < x < 4$ C) $x > 8$ D) $-4 < x < 8$ E) $x < -8$

- 17** Un carré ABCD a des côtés de longueur 2. E et F sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AD]. Et G est le point du segment [CF] tel que $3 \text{ CG} = 2 \text{ GF}$. Quelle est l'aire du triangle BEG ?

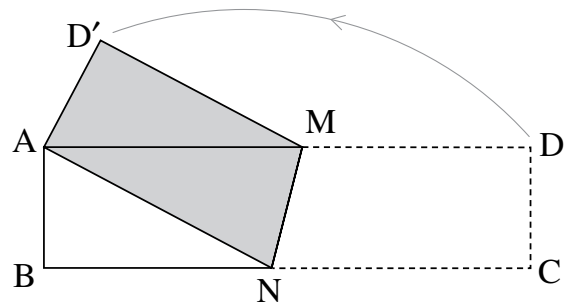
- A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

- 18** Dans une petite salle de spectacle, les sièges sont numérotés de manière consécutive à partir de 1. Pour la séance de l'après-midi, tous les tickets ont été vendus, mais, par erreur, un siège a été vendu deux fois. La somme des numéros des sièges vendus est 857. Quel est le numéro du siège qui a été vendu deux fois ?

- A) 4 B) 16 C) 25 D) 37 E) 42

- 19** Un morceau de papier rectangulaire ABCD, de taille 4 cm sur 16 cm, est plié le long de la droite (MN) de sorte que le sommet C coïncide avec le sommet A (voir la figure). Quelle est, en cm^2 , l'aire du pentagone ABNMD' ?

- A) 44 B) 45 C) 46
D) 47 E) 48

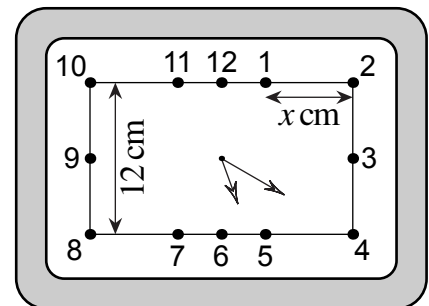


- 20** Un nombre est inscrit dans chacun des neuf petits carrés formant un carré 3×3 . On souhaite que, pour chaque ligne et pour chaque colonne, le produit des trois nombres inscrits soit 1 et que, dans tout carré 2×2 , le produit des quatre nombres inscrits soit 2. Quel est alors le nombre inscrit dans le petit carré central ?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

- 21** À la fin d'un cours de mathématiques, sur le grand tableau électronique, on voit la représentation graphique de la fonction $y = x^2$ et 2012 droites, toutes parallèles à la droite d'équation $y = x$, chacune coupant la parabole en deux points. Quelle est la somme des 4024 abscisses des points d'intersection de ces droites avec la parabole ?
 A) 0 B) 1 C) 1006 D) 2012 E) 4024
- 22** Étant donné une fraction, on envisage deux opérations : augmenter le numérateur de 8, ou augmenter le dénominateur de 7. On effectue ces opérations successivement dans l'ordre que l'on souhaite. Partant de la fraction $\frac{7}{8}$, quel est le plus petit nombre d'opérations à faire avant d'obtenir une fraction égale ?
 A) 56 B) 81 C) 109 D) 113 E) c'est impossible

- 23** Le cadran de l'horloge représentée sur la figure est rectangulaire. Quelle est, en cm, la distance x entre les points repérant 1 h et 2 h, sachant que la distance entre les points repérant 8 h et 10 h est 12 cm ?
 A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$
 D) $2 + \sqrt{3}$ E) $12 - 3\sqrt{3}$



- 24** Dans un repère orthonormé, trois sommets d'un cube, non situés sur la même face, sont :
 $P(3;4;1)$ $Q(5;2;9)$ $R(1;6;5)$.
 Quelles sont les coordonnées du centre du cube ?
 A) $(4;3;5)$ B) $(2;5;3)$ C) $(3;4;7)$ D) $(3;4;5)$ E) $(2;3;5)$

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Deux nombres a et b sont pris dans l'ensemble $\{1; 2; 3; \dots; 25; 26\}$. Le produit ab est égal à la somme des 24 nombres restants. Quelle est la valeur de $|a - b|$?
- 26** Une suite d'entiers $(a_n)_{n \geq 1}$ est définie de la manière suivante : $a_1 = a_2 = 1$; puis chaque terme a_n d'ordre impair est la différence $a_{n-2} - a_{n-1}$ des deux éléments qui le précèdent et chaque terme d'ordre pair est la somme des deux éléments qui le précèdent. Quelle est la somme des 100 premiers éléments de cette suite ?

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org