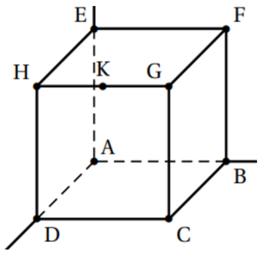
Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats.

Exercice 0 **(2 *points*)**

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 1 représenté ci-contre.
On note K le milieu du segment [HG].
On se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)$.



Démontrer que les points C, F et K définissent un unique plan.

Exercice I **(4 *points*)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath};\ \vec{k})$.

Soit (d) la droite passant par le point A(0 ; 1 ; 4) et dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

Soit (d') la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases}x=-1+5t'\\y=2+2t'\\z\ =3-9t'\end{cases}$ où $t'\in\mathbb{R}$.

1*a*) Donner une représentation paramétrique de la droite (*d*).

1*b*) Les droites (*d*) et (*d'*) sont-elles parallèles ? Justifier.

1*c*) Déterminer avec soin la position relative des droites (*d*) et (*d'*).

2) Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases}x=9-4\lambda\\y=2+4\lambda\\z=13-4\lambda\end{cases}$ où $\lambda\in\mathbb{R}$.

Démontrer que les droites (*d*) et (Δ) sont strictement parallèles.

Exercice II **(4 *points*)**

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Sans justifier, reporter sur votre copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie :

Question 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases}x&=&1+2t\\y&=&-2+t\\z&=&4-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}.$$

Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse a : M(-3 ; -4 ; 6) ***Réponse b*** : N(2 ; 1 ; -1)

Réponse c : P(-5 ; -5 ; 1) ***Réponse d*** : Q(-3 ; -4 ; 2).

Question 2

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débuter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B.

On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.
Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à $\frac{2}{5}$;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de $\frac{7}{10}$;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de $\frac{12}{25}$.

On considère les évènements suivants :

- A : « Le joueur choisit le monde A » ;
- B : « Le joueur choisit le monde B » ;
- G : « Le joueur gagne la partie ».

La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

a. $\frac{7}{10}$ **b.** $\frac{3}{25}$ **c.** $\frac{7}{25}$ **d.** $\frac{24}{125}$

Question 3 :

La probabilité $P_B(G)$ de l'événement G sachant que B est réalisé est égale à :

a. $\frac{1}{5}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{7}{15}$ **d.** $\frac{5}{12}$

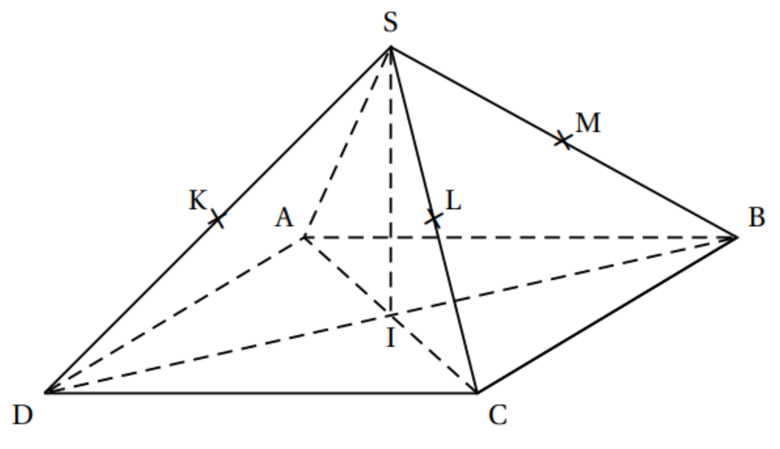
Question 4 :

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives.
On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise.
On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de $\frac{12}{25}$.

La probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

a. 0,859 **b.** 0,671 **c.** 0,188 **d.** 0,187

Les questions 5 à 7 s'appuient sur la figure ci-dessous :



SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD dont toutes les arêtes ont la même longueur.
Le point I est le centre du carré ABCD.
On suppose que : IC = IB = IS = 1.
Les points K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [SD], [SC] et [SB].

<u>Question 5</u> **:**

Les droites suivantes ne sont pas coplanaires :

a. (DK) et (SD) **b.** (AS) et (IC) **c.** (AC) et (SB) **d.** (LM) et (AD)

Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(I\,;\,\overrightarrow{IC},\,\overrightarrow{IB},\,\overrightarrow{IS}\right)$.
Dans ce repère, on donne les coordonnées des points suivants :

$$I(0\,;\,0\,;\,0)\,;\,A(-1\,;\,0\,;\,0)\,;\,B(0\,;\,1\,;\,0)\,;\,C(1\,;\,0\,;\,0);D(0\,;\,-1\,;\,0)\,;\,S(0\,;\,0\,;\,1).$$

<u>Question 6</u> :

Les coordonnées du milieu N de [KL] sont :

a. $\left(\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\right)$ **b.** $\left(\frac{1}{4}\,;\,-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **c.** $\left(-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **d.** $\left(-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,1\right)$

<u>Question 7</u> :

Une représentation paramétrique de la droite (AS) est :

a. $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -1-t\\ y &=& t\\ z &=& -t\end{array}\right.$ $(t\in\mathbb{R})$

b. $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -1+2t\\ y &=& 0\\ z &=& 1+2t\end{array}\right.$ $(t\in\mathbb{R})$

c. $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& t\\ y &=& 0\\ z &=& 1+t\end{array}\right.$ $(t\in\mathbb{R})$

d. $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -1-t\\ y &=& 1+t\\ z &=& 1-t\end{array}\right.$ $(t\in\mathbb{R})$

<u>Question 8</u> :

La fonction Python suivante, dont la ligne 4 est incomplète, doit renvoyer la plus petite valeur de l'entier n telle que $u_n > 10000$.

```
def seuil() :
    n=0
    u=15
    while ......:
      n=n+1
      u=1,2*u+12
    return(n)
```

À la ligne 4, on complète par :

a. u$\leqslant$ 10000; **b.** u = 10000 **c.** u> 10000; **d.** $n \leqslant 10000$.

Exercice III **(8,5 *points*)**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{3x} - (2x+1)e^{x}$$

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire

On définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 3e^{2x} - 2x - 3$$

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction g en $-\infty$.
   b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.
2. **a.** On admet que la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note g' sa fonction dérivée. Démontrer que pour tout nombre réel x, on a $g'(x) = 6e^{2x} - 2$.
   b. Étudier le signe de la fonction dérivée g' sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$. Vérifier que la fonction g admet un minimum égal à $\ln(3) - 2$.
3. **a.** Montrer que $x = 0$ est solution de l'équation $g(x) = 0$.
   b. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une deuxième solution, non nulle, notée α, dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}.
4. Déduire des questions précédentes le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Partie B - Étude de la fonction f

1. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.
   Démontrer que pour tout nombre réel x, on a $f'(x) = e^{x}g(x)$, où g est la fonction définie dans la **partie A**.
2. En déduire alors le signe de la fonction dérivée f' puis les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Pourquoi la fonction f n'est-elle pas convexe sur $\mathbb{R}$? Expliquer.

Exercice IV **(1,5 *points*)**

B(3 ; 6 ; 3), C(3 ; 0 ; 9)

Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$, avec t réel.

Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse :

Les droites (BC) et Δ ne sont pas coplanaires.