

Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies respectant ces consignes seront gratifiées de 0,5 point !

Exercice I (3,5 points)

1) Soit (u_n) la suite définie par : pour tout entier naturel n , $u_n = -3n + 4$.

a) Calculer u_7 . Combien vaut le terme de rang 2 de cette suite ?

b) Combien vaut le 35^{ième} terme de cette suite ?

c) Démontrer que la suite (u_n) est arithmétique, et préciser sa raison.

2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par : $v_n = 2n^2 - 2n + 1$.

a) Calculer les trois premiers termes de cette suite.

b) Exprimer v_{n+1} en fonction de n .

Exercice II (2 points)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - (n+1)^2$.

a) Déterminer les trois premiers termes de cette suite.

b) A l'aide de votre calculatrice, donner la valeur de u_9 .

c) Emettre une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n) , puis étudier le sens de variation de cette suite.

Exercice III (2,5 points)

Un agriculteur vend des produits bios chaque premier Lundi du mois.

En Mars 2019, il avait 65 clients.

D'un mois à l'autre, 80 % des clients reviennent, et 18 nouveaux clients achètent à cet agriculteur.

On note, pour tout entier naturel n , u_n le nombre de clients, n mois après Mars 2019.

a) Combien vaut u_0 ?

b) Calculer u_1 .

c) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

d) A l'aide de votre calculatrice, prévoir combien d'abonnés il aura en Juin 2023. On arrondira à l'unité.

e) A long terme, l'agriculteur peut-il espérer doubler son nombre de client initial ? On utilisera sa calculatrice.

Exercice IV (2 points)

a) Soit $S = 7 + 14 + 21 + \dots + 770 + 777$. Ecrire la somme S à l'aide du symbole Σ .

b) Calculer $S = 7 + 14 + 21 + \dots + 770 + 777$, en justifiant. Cette question est traitable même si on n'a pas réussi la précédente !

Exercice V (2,5 points)

Etudier le sens de variation des suites suivantes, en détaillant :

a) (u_n) est définie pour tout entier naturel n par : $u_n = n^2 - 5n$.

b) (v_n) est définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{0,4^n}{5}$.

Exercice VI (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse, en justifiant vos réponses :

(u_n) est une suite arithmétique telle que : $u_5 = 16$ et $u_{31} = 94$.

Affirmation 1 : " La raison de cette suite est égale à 3 et son premier terme u_0 est égal à 4".

Affirmation 2 : " 43 est le plus petit entier à partir duquel $u_n > 129$ ".

Exercice VII (1 point)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_1 = 1$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

Compléter la fonction suivante en Python afin qu'elle retourne en sortie le terme u_n , où l'entier n non nul est choisi par l'utilisateur :

```
def terme_u(n):  
    u = ...  
    for i in range(...):  
        u = ...  
    return u
```

Exercice VIII (2 points)

Cécile a invité ses amis à déjeuner sur sa terrasse.

Elle a prévu en dessert un assortiment de gâteaux individuels qu'elle a achetés surgelés.

Elle sort les gâteaux du congélateur à -19°C et les apporte sur la terrasse où la température est de 25°C .

Au bout de 10 minutes, la température des gâteaux est de $1,3^\circ\text{C}$.

On suppose que la vitesse de décongélation est constante, c'est-à-dire que l'augmentation de la température est la même minute après minute.

Selon ce modèle, et en utilisant une suite, déterminer quelle serait la température des gâteaux 25 minutes après leur sortie du congélateur. Ce modèle semble-t-il pertinent ?

Exercice IX (2,5 points)

On se donne un triangle ABC rectangle en A, et on appelle a la longueur AB.

Matt se pose la question suivante : les trois longueurs des côtés de ce triangle rectangle peuvent-elles être en progression arithmétique, c'est-à-dire former trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? Aider Matt à résoudre ce problème, puis exprimer en fonction de a la longueur des autres côtés du triangle ABC.