Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies respectant ces consignes seront gratifiées de 0,5 point ! Les calculatrices sont à mettre en mode examen (annul/enter/on simultanément)

Exercice I (5 points)

1) Convertir en radians : 140° ; Convertir en degrés : $\frac{3\pi}{20}$ *rad.*

2) Calculer, en détaillant les étapes sur votre copie, la valeur de : A $= sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$, puis B $= cos\left(\frac{-\pi}{3}\right)$

2) Donner l'expression, la plus simplifiée possible de : C $= (cos(x+4\pi))^2+(sin(\pi-x))^2$.

D = $(cos(x)+sin(y))^2+(cos(x+2\pi)+sin(-y))^2$.

3) Sachant que $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$, et que $cos(x) = \frac{-2}{3}$, déterminer, en détaillant, la valeur exacte de $sin(x)$.

Exercice II (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi ; \pi]$ les équations trigonométriques suivantes :

a) $2cos(x) - \sqrt{3} = 0$; *b)* $sin(2x + \frac{\pi}{3}) = 1$.

Exercice III (9 points)

Soit *f* la fonction définie par : $f(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$

1a) Quelle équation faut-il résoudre pour trouver les valeurs interdites de *f* ? Résoudre cette équation, et en déduire l'ensemble de définition de *f* que l'on notera D_f.

1b) Démontrer que pour tout réel x appartenant à D_f, on a : $f(-x) = -f(x)$.

1c) Démontrer que pour tout réel x appartenant à D_f, on a : $f(x+\pi) = f(x)$.

1d) Calculer la valeur exacte de : $f(0)$; $f(\frac{\pi}{6})$; $f(\frac{\pi}{4})$; $f(\frac{\pi}{3})$. Détaillez les calculs et donner si besoin une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ avec b entier et a réel.

1e) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de *f* et de l'axe des abscisses.

2a) On admet que pour tout réel x, $cos'(x) = -sin(x)$ et que $sin'(x) = cos(x)$.

Calculer, en justifiant, la dérivée de *f* sur son ensemble de définition.

2b) En déduire le sens de variation de *f* sur l'intervalle $]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$.

2c) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à la courbe de *f* en son point O d'abscisse 0.

3) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = x$ *rad.*

En utilisant des connaissances de collège, comment appelleriez-vous la fonction *f* définie par : $f(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$?

Exercice IV (3 points)

1) Construire un cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), puis placer le point M sur le cercle $\mathscr{C}$ tel que $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{4}$.

2a) Quelles sont les coordonnées (en valeur exacte) du point M dans le repère (O ; I ; J) ?

2b) Démontrer que IM $= \sqrt{2-\sqrt{2}}$.

3a) Tracer la bissectrice de $\widehat{IOM}$, elle coupe le segment $[IM]$ en un point H.

La droite (OH) est donc un axe de symétrie du triangle isocèle OIM, donc le triangle OIH est rectangle en H.

b) Etablir que IM $= 2sin(\frac{\pi}{8})$.

c) En déduire la valeur *exacte* de $sin(\frac{\pi}{8})$.