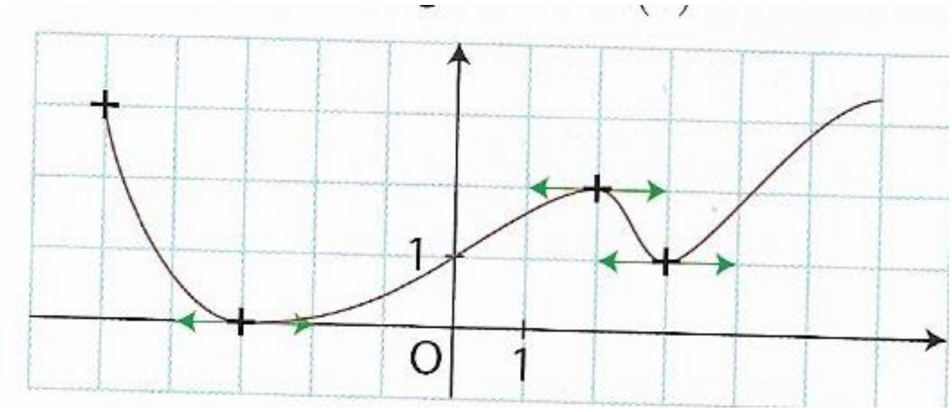
Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies respectant ces consignes seront gratifiées de 0,5 point !

Exercice I ***(2 points)***

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-5 ; 6].

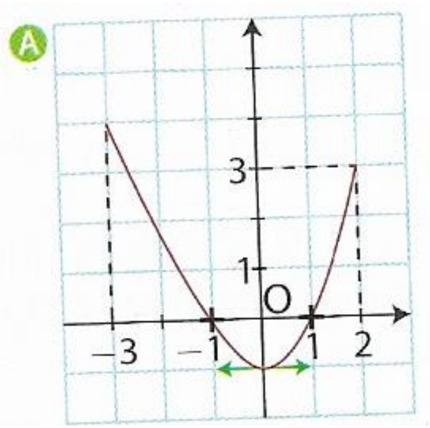


a) Dresser le tableau de variation de f.

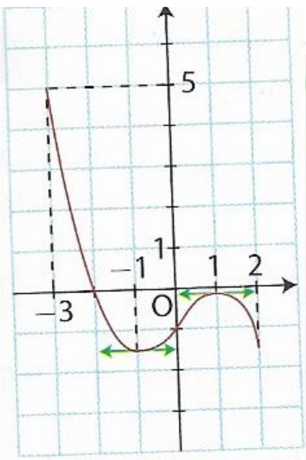
b) Donner le tableau de signes de $f'(x)$.

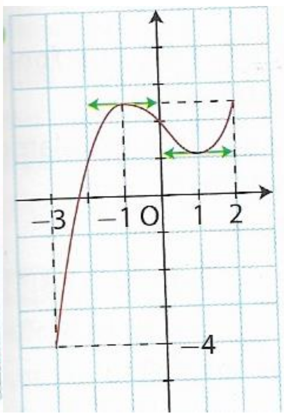
Exercice II ***(3 points)***

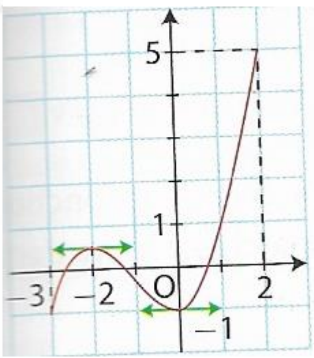
1) f est une fonction définie sur [-3 ; 2]. La courbe ci-dessous est celle de sa fonction dérivée f'.



Laquelle des trois courbes ci-dessous est-elle susceptible de représenter f ? Justifier sommairement.

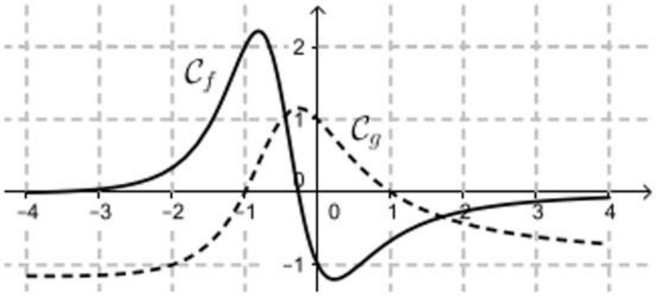






Courbe 1 **Courbe 2** **Courbe 3**

2) On a représenté ci-dessous les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de deux fonctions f et g définies sur $[-4; 4]$.
L'une de ces fonctions est la dérivée de l'autre. A-t-on $f' = g$ ou $g' = f$?



Expliquer votre choix !

3) Convertir 145° en radians, puis $\frac{4\pi}{27}$ radians en degrés.

***<u>Exercice III</u>* (6,5 points)**

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^3+3x^2+12x+11$. On note C_f la courbe représentative de f.

1a) Calculer $f'(x)$.

1b) Soit T la tangente à la courbe C_f en son point A d'abscisse 1. Déterminer l'équation réduite de T.

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -4x^3$.

On veut étudier la position relative de C_f et de C_g.

Pour cela, on considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = f(x) - g(x)$.

a) Exprimer $h(x)$ sous forme développée.

b) Calculer $h'(x)$.

c) Etudier le signe de $h'(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis en déduire le sens de variation de h sur $\mathbb{R}$. Dresser le tableau de variation de h.

d) Calculer $h(-1)$ et compléter le tableau de variation de h.

e) En déduire le signe de $h(x)$ suivant les valeurs du réel x.

f) En déduire la position relative des courbes C_f et C_g.

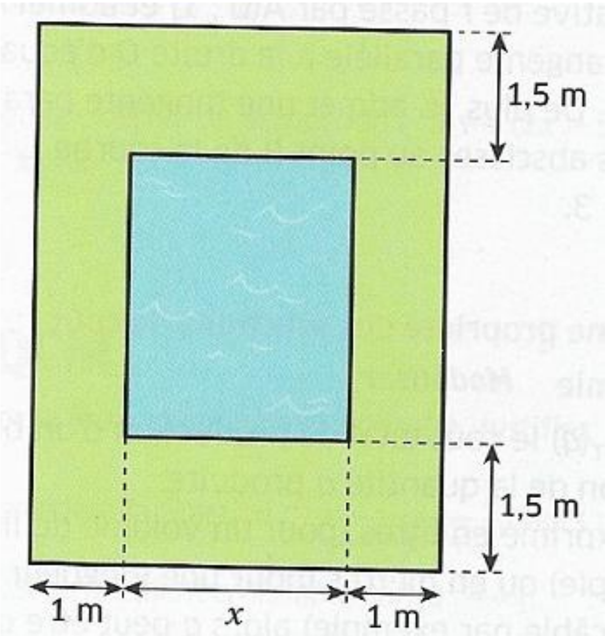
***<u>Exercice V</u>* (8 points)**

On souhaite construire une piscine rectangulaire entourée d'une clôture également rectangulaire.

Sur le dessin de la page ci-contre, ABCD est la piscine, et EFGH la clôture.

La distance entre le bassin et la clôture doit être de 1 mètre dans la largeur, et de 1,5 mètre dans la longueur.

De plus, la surface totale du terrain entourée par la clôture est égale à 54 m^2.



On souhaite avoir une piscine de surface maximale.

On note x la largeur de la piscine : $x = AB$, et pour des contraintes de terrain, on admet que : $0 \leq x \leq 5$.

On note enfin $f(x)$ l'aire de la piscine $ABCD$.

<u>Règle d'or</u> : si on bloque à une question, on admet le résultat donné par cette dernière, et on poursuit l'exercice !

a) Etablir que $FG = \dfrac{54}{x+2}$ puis en déduire que $BC = \dfrac{-3x+48}{x+2}$.

b) Quelle serait l'aire de la piscine si on choisissait une largeur de piscine de 3 m ?

c) Démontrer que pour tout réel x appartenant à $[0 \; ; \; 5]$, on a : $f(x) = \dfrac{-3x^2+48x}{x+2}$.

d) Démontrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 \; ; \; 5]$ on a : $f'(x) = \dfrac{-3x^2-12x+96}{(x+2)^2}$.

e) En justifiant, déterminer le sens de variation de f sur $[0 \; ; \; 5]$, et dresser son tableau de variation.

f) Quelle est la valeur de x pour laquelle la surface de la piscine est maximale ? Combien vaut alors cette surface maximale, et quelles sont les dimensions de la piscine ?