

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Exercice I (3 point)

Déterminer en justifiant : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n+1}{4n+2} + 0,25^n \right)$

Exercice II (14 points)

Partie A On fait un sondage d'intentions de vote entre deux candidats A et B .

Parmi les personnes qui ont répondu au sondage, 47 % affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B .

Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B , tandis que 20 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A .

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

- A l'événement : " La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A ".
- B l'événement : " La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B ".
- V l'événement : " La personne interrogée dit la vérité".

1) Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.

2a) Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

2b) Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A . Arrondir au *centième* près.

3) On note E l'événement : " Une personne choisie au hasard vote effectivement pour le candidat A ".

Démontrer que $p(E) = 0,529$.

4) On interroge au hasard, 10 personnes de façon indépendante. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de personnes votant effectivement pour le candidat A .

a) Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par X . Préciser ses paramètres.

b) Calculer, au *millième* près, la probabilité qu'exactly 6 personnes votent effectivement pour le candidat A .

c) Calculer la probabilité qu'au moins une personne vote pour le candidat A . On arrondira à 10^{-3} près.

d) Calculer la probabilité de l'événement C : " chacun des candidats A et B a obtenu au moins deux voix parmi celles des 10 personnes interrogées". Arrondir à 10^{-4} près.

e) Déterminer l'espérance mathématique de X et interpréter cette dernière.

Exercice III (3 points)

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules blanches indiscernables au toucher.

On extrait au hasard une boule de l'urne et on note sa couleur.

On répète quatre fois cette expérience, de manière indépendante, en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.

a) Comment s'appelle l'expérience aléatoire consistant à extraire une boule de l'urne et à noter sa couleur ?

b) En détaillant votre démarche, déterminer au centième près, la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche.