***Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies respectant ces consignes seront gratifiées de 0,5 point !***

## ***Exercice I (5 points)***

Un hôtel situé à proximité d'un site touristique dédié à la préhistoire propose deux visites dans les environs, celle d'un musée et celle d'une grotte.

Une étude a montré que 70 % des clients de l'hôtel visitent le musée. De plus, parmi les clients visitant le musée, 60 % visitent la grotte.
Cette étude montre aussi que 6 % des clients de l'hôtel ne font aucune visite.
On interroge au hasard un client de l'hôtel et on note :

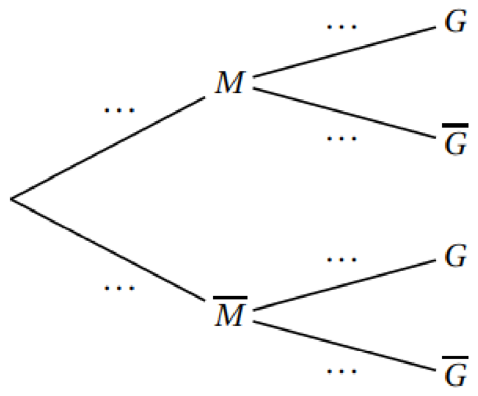
- $M$ l'évènement : « le client visite le musée » ;
- $G$ l'évènement : « le client visite la grotte ».

On note $\overline{M}$ l'évènement contraire de $M$, $\overline{G}$ l'évènement contraire de $G$, et pour tout évènement $E$, on note $p(E)$ la probabilité de $E$.

0. D'après l'énoncé combien vaut $p\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)$ ?

**1.** **a.** Vérifier que $p_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right) = 0,2$, où $p_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)$ désigne la probabilité que le client interrogé ne visite pas la grotte sachant qu'il ne visite pas le musée.

**b.** L'arbre pondéré ci-contre modélise la situation. Recopier et compléter cet arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité associée.




**c.** Quelle est la probabilité de l'évènement « le client visite la grotte et ne visite pas le musée » ?

**d.** Montrer que $p(G) = 0,66$.

**2.** Le responsable de l'hôtel affirme que parmi les clients qui visitent la grotte, plus de la moitié visitent également le musée. Cette affirmation est-elle exacte ?

**3.** Les tarifs pour les visites sont les suivants :

- visite du musée : 12 euros ;
- visite de la grotte : 5 euros.

On considère la variable aléatoire $T$ qui modélise la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites.

**a.** Donner la loi de probabilité de $T$. On présentera les résultats sous la forme d'un tableau.

**b.** Calculer l'espérance mathématique de $T$.

**c.** Pour des questions de rentabilité, le responsable de l'hôtel estime que le montant moyen des recettes des visites doit être supérieur à 700 euros par jour.

Déterminer le nombre moyen de clients par journée permettant d'atteindre cet objectif.

**4.** Pour augmenter les recettes, le responsable souhaite que l'espérance de la variable aléatoire modélisant la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites passe à 15 euros, sans modifier le prix de visite du musée qui demeure à 12 euros.

Quel prix faut-il fixer pour la visite de la grotte afin d'atteindre cet objectif? (On admettra que l'augmentation du prix d'entrée de la grotte ne modifie pas la fréquentation des deux sites).

***Exercice II*** ***(1,5 points)***

Dans une entreprise, la probabilité qu'un salarié soit cadre est égale à 0,2.

1) On interroge $n$ personnes de cette entreprise, où $n$ est un entier supérieur ou égal à 2.

On appelle A *l'évènement :* « Au moins une des $n$ personnes interrogées est cadre » .

Démontrer que $p(A) = 1 - 0{,}2^n$.

2) En déduire le nombre minimal $n$ de personnes à interroger dans cette entreprise, pour que la probabilité d'en avoir au moins une qui est cadre soit supérieure à 0,99. Une calculatice sera nécessaire.

***Exercice III*** ***(3,5 points)***

$x$ désigne un entier supérieur ou égal à 4.

Une urne contient $x$ jetons : un rouge, et tous les autres blancs.

On pioche au hasard, successivement et avec remise, deux jetons de l'urne.

On définit le jeu suivant : on gagne 16€ si l'on obtient deux fois le jeton rouge, on gagne 1€ si l'on obtient deux fois le jeton blanc, et on perd 5€ sinon.

1) Faire un arbre de probabilités modélisant l'expérience aléatoire décrite.

2) Soit $G$ la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

*a)* Donner la loi de probabilités de $G$.

*b)* Déterminer, en justifiant, la valeur de $x$ pour laquelle ce jeu est équitable.

***Exercice IV*** ***(1,5 points)***

On considère la fonction $f$ définie par

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

Soit $A$ et $B$ les points de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse respective $-3$ et $1$.

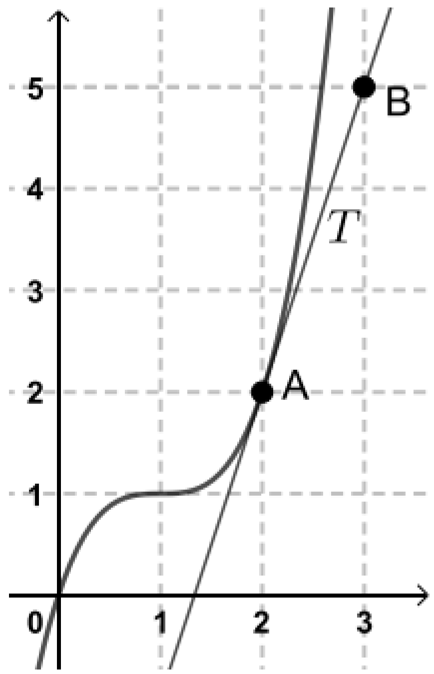
Déterminer le coefficient directeur de la droite $(AB)$.

***Exercice V*** ***(1,5 points)***

Soit $f$ la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

On a tracé l'une de ses tangentes $T$.

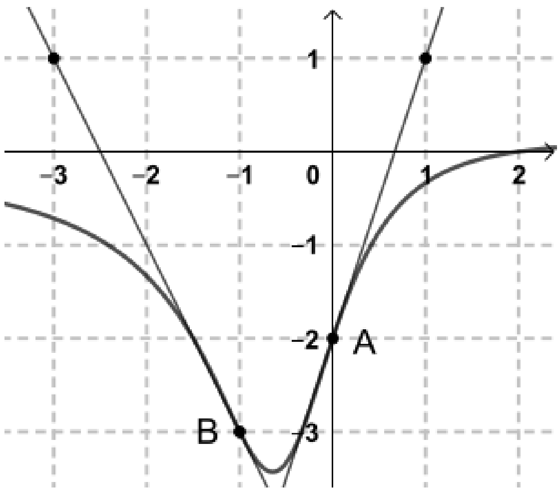
1. Préciser l'abscisse du point où $T$ est tangente à la courbe.
2. Par lecture graphique, déterminer $f'(2)$.




***Exercice VI*** ***(3 points)***

On considère la fonction $f$ dont la courbe est donnée ci-contre.

Par lecture graphique, donner $f(0)$, $f'(0)$, $f(-1)$, $f'(-1)$ et les équations des tangentes aux points $A$ et $B$ à a courbe de $f$.



***Exercice VII*** ***(4 points)***

On a représenté ci-contre la fonction $f$ définie par

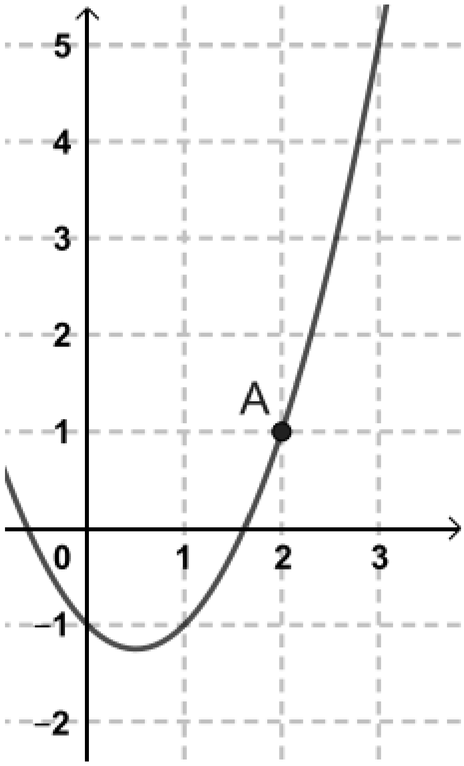
$$f(x) = x^2 - x - 1.$$

**1.** Montrer que, pour $h \neq 0$,

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = h + 3.$$

**2.** En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe de $f$ au point $A$.
Que vaut $f'(2)$ ?

**3.** Tracer la tangente, puis calculer son équation.




**4.** Calculer l'expression de $f'(x)$ où $x$ désigne un réel quelconque.

**5.** Démontrer que la courbe de $f$ admet une unique tangente parallèle à la droite $(d)$ d'équation : $y = -30x + 1$.
Préciser l'abscisse du point de tangence.