Terminale Maths Groupe 3 ***Devoir surveillé numéro 3*** (*≈ 65 minutes*) ***Jeudi 19 Octobre 2023***

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats.

Exercice d'échauffement (**2 *points***)

a) Traduire en symboles mathématiques : une suite (u_n) diverge vers $-\infty$.

b) Dire ce que signifie en français : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 7$.

c) Factoriser par n^3 l'expression suivante : $2n^3 + 5n^2 - n + 1$.

Exercice I (**10 *points***)

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} (n^2 + 2n - 1)$; *b)* $\lim\limits_{n\to+\infty} -2\sqrt{n}(n^2 - 1)$; *c)* $\lim\limits_{n\to+\infty} (n^3 - 5n^2 + 1)$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 2\right)(0{,}75 - 0{,}15 \times 0{,}8^n)$; *e)* $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{2}{n^2} + 1}{-2 + \sqrt{n}}\right)$; *f)* $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2 - n + 1}{4n^2 + 5}\right)$;

g) $\lim\limits_{n\to+\infty} (4^n - 3^n)$

Exercice II (**5 *points***)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout n entier naturel par

$$u_n = \frac{1 + 2^n}{3 + 5^n}.$$

Cette suite :

a. diverge vers $+\infty$

b. converge vers $\frac{2}{5}$

c. converge vers 0

d. converge vers $\frac{1}{3}$.

Question 2 **:**

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$.

On peut affirmer que la suite (u_n) est :

a. majorée et non minorée.

b. minorée et non majorée.

c. bornée.

d. non majorée et non minorée.

Question 3 :

On considère deux suites (u_n) et (v_n) à termes strictement positifs telles que $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et (v_n) converge vers 0 .
On peut affirmer que :

a. la suite $\left(\frac{1}{v_n}\right)$ converge.

b. la suite $\left(\frac{v_n}{u_n}\right)$ converge.

c. la suite (u_n) est croissante.

d. $\lim_{n\to+\infty} (-u_n)^n = -\infty$

Question 4 :

On considère (u_n) une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.
On peut affirmer que :

a. Il existe un entier naturel N tel que u_N est un entier;

b. la suite (u_n) est croissante;

c. la suite (u_n) est convergente;

d. La suite (u_n) n'a pas de limite.

Question 5 :

Une suite (u_n) est minorée par 3 et converge vers un réel ℓ.
On peut affirmer que :

a. $\ell = 3$

b. $\ell \geqslant 3$

c. La suite (u_n) est décroissante.

d. La suite (u_n) est constante à partir d'un certain rang.

Exercice III **(3 *points*)**

1) (u_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n non nul : $1 - 0{,}2^n \leq u_n \leq \frac{2}{n^2} + 1$.

Déterminer, en justifiant votre réponse, la limite de la suite (u_n).

2) (v_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n non nul : $v_n = \frac{(-1)^n + 3n^2}{n}$.

a) Monter que pour tout entier naturel n non nul, $v_n \geqslant \frac{3n^2-1}{n}$.

b) En déduire, en justifiant, la limite de la suite (v_n).