Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats.

Exercice I (16 *points*)

1) Déterminer une primitive des fonctions suivantes, sur l'intervalle donné :

a) f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-3x} + 4x^2 + x - 1$

b) g est définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -6xe^{x^2}$.

c) h est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $h(x) = \frac{1+e^x-2e^{-x}}{x+e^x+2e^{-x}}$

d) i est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $i(x) = \frac{2}{x} - \frac{24}{x^2} + \cos(3x) - 5\sin(2x-1)$.

e) k est définie sur $\mathbb{R}$ par : $k(x)=2x(x^2+2)^3$. Déterminer la primitive K de k sur $\mathbb{R}$ telle que $K(2)=0$.

2) m est définie sur $\mathbb{R}$ par : $m(x)=(x^2+3x+2)e^{-x}$.

Montrer que la fonction M définie sur $\mathbb{R}$ par : $M(x) = (-x^2-5x-7)e^{-x}$ est une primitive de m sur $\mathbb{R}$.

3) Soit w une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ à valeurs strictement positives, et w' sa dérivée.

Trouver une primitive de $w'(1+2w)+\frac{w'}{w}$.

Exercice II (4 *points*)

1) Déterminer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)= 1 + 2e^{-x^2+5}$

Affirmation : Il existe une primitive de la fonction g qui est décroissante sur $\mathbb{R}$.

---

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{6}{1+5e^{-x}}$$

On considère une fonction F_k définie sur $\mathbb{R}$ par $F_k(x) = k\ln(e^x+5)$, où k est une constante réelle.

Déterminer la valeur du réel k de sorte que F_k soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.