Exercice I (8 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{-x}$ est la fonction F définie par :

a. $F(x) = \frac{-x^2}{2} e^{-x}$
b. $F(x) = (-x-1)\, e^{-x}$
c. $F(x) = (x+1)\, e^{-x}$
d. $F(x) = (x-1)\, e^{-x}$

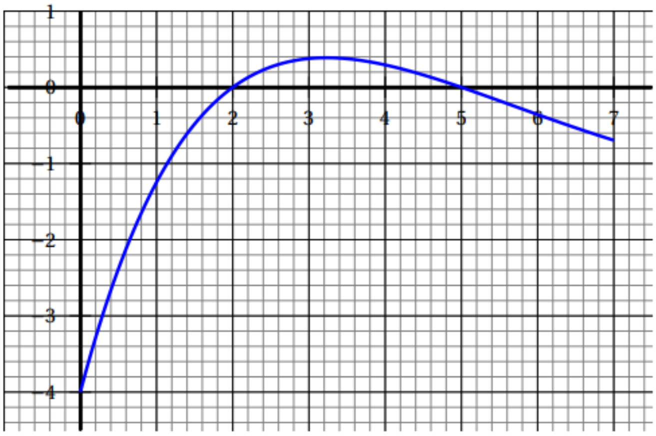
Question 2

L'unique primitive G de la fonction g définie sur $]0\ ;+\infty[$ par : $g(x) = x^2(3ln(x)+1)$ et telle que $G(1) = 2$ est :

a. $G(x) = x^2 ln(x) + 2$
b. $G(x) = 3x^2 ln(x) + 2$
c. $G(x) = x^3(ln(x) - 1) + 2$
d. $G(x) = x^3 ln(x) + 2$

Question 3

La courbe ci-dessous représente une fonction h définie sur $[0\ ;7]$.



Soit H une primitive de h :

a. *H est strictement monotone sur* $[0\ ;7]$.
b. *H est convexe sur* $[0\ ;3]$.
c. *H ne prend que des valeurs positives.*
d. *H s'annule deux fois sur* $[0\ ;7]$.

Question 4

Une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$ est la fonction F définie par :

a. $F(x) = \frac{(x-1)e^x}{x}$

b. $F(x) = \frac{e^x}{x}$

c. $F(x) = \frac{(1-x)e^x}{x}$

d. $F(x) = ln(x)e^x$

***Exercice II** (4 points)*

Dans un repère orthonormé, déterminer une équation cartésienne du plan passant par A(0 ; 1 ; 2) et orthogonal à la droite Δ, dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

***Exercice III** (8 points)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - e^{-2x}$.

1. Déterminer, en justifiant, les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2.

Etudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$, et dresser son tableau de variation.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$, que l'on notera $\propto$. Donner une valeur approchée de $\propto$ à 10^{-2} près.

4. Déduire des questions précédentes le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.