Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies ne respectant pas ces consignes auront 0,5 point en moins !

Exercice I (2 points)

Voici un QCM. Sans justifier, recopier sur votre copie **la** bonne réponse parmi celles proposées pour chacune des questions suivantes :

Question 1 : Si $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires de sens contraire, $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ est toujours égal à :

a) OA$\times$OB
b) 0
c) - OA$\times$OB
d) OA + OB

Question 2

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors :

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$
b) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = 0$
c) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CA} = 0$
d) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = BC^2$

Question 3

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et $\vec{v}$ *et* $\vec{w}$ des vecteurs tels que : $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$. On peut dire que :

a) $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont deux à deux colinéaires.

b) $\vec{v} = \vec{w}$.

c) Au moins deux des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux.

d) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v} - \vec{w}$ sont orthogonaux.

Question 4

ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R.

Le produit scalaire : $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ est égal à :

a) 0
b) $\frac{-R^2}{2}$
c) $\frac{R^2}{2}$
d) R^2

Exercice II (2 points)

Dans un repère orthonormé, soit $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

Démontrer que les vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$ sont orthogonaux.

Exercice III **(2 points)**

Sachant que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux, calculer : $\|2\vec{u}+3\vec{v}\|^2-\|2\vec{u}-3\vec{v}\|^2$.

Exercice IV **(2 points)**

Déterminer le réel m pour lesquels les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux sachant que : $\vec{u}\begin{pmatrix} m-4 \\ 2m+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2m \\ 3-m \end{pmatrix}$.

Exercice V **(4 points)**

ABCD est un carré de côté 8 cm.

I, J et K sont les points définis par : $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{8}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$ et J est le milieu de [BC].

1) Faire une figure en vraie grandeur.
2) Démontrer, en détaillant votre démarche, que les droites (IJ) et (KJ) sont perpendiculaires.

Exercice VI **(2 points)**

ABCD est un losange de centre O, de diagonales [AC] et [BD] telles que : AC $=$ 4 et BD $=$ 2.

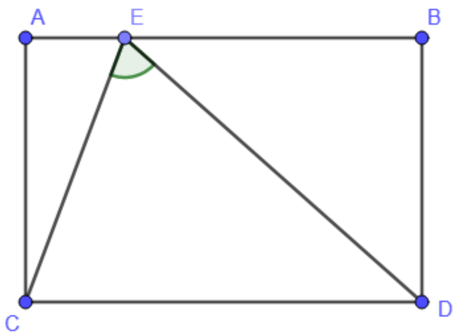
En utilisant la relation de Chasles, calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

Exercice VII **(4 points)**

ABDC est un rectangle de longueur AB $=$ 6 cm et de largeur AC $=$ 4 cm.

E est le point du segment [AB] défini par : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

La figure ci-dessous résume la situation, sachant qu'on a appelé x la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$.



En calculant le produit scalaire $\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{ED}$ de deux façons différentes, l'une sans repère, l'autre dans un repère bien choisi que l'on précisera, déterminer la valeur de x arrondie à 0,1° près.

Exercice VIII **(1 point)**

Démontrer que pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a : $-\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|.\leq\vec{u}.\vec{v}\leq\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$.

Exercice IX **(1 point)**

ABC est un triangle isocèle en A.

Démontrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$

BONUS

***Exercice X* (1 point)**

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls et non orthogonaux.

Démontrer qu'il existe un unique réel α tel que les vecteurs $\vec{v}$ et $\alpha\vec{u}+\vec{v}$ soient orthogonaux.